

UMA CLASSE DE EQUAÇÕES DE SCHRODINGER EM \mathbf{R}^2

Colaborador: BERNHARD RUF
UNIVERSIDADE DE MILÃO – ITÁLIA

Descrição do Projeto:

O principal objetivo neste projeto é estabelecer resultados de existência para a equação de Schrodinger semilinear

$$(PB) \quad -\Delta u + V(x)u = f(x,u), \quad \text{em } \mathbf{R}^2$$

onde o potencial $V(x)$ e a não linearidade $f(x,u)$ são periódicas em relação a x , zero está no “gap do espectro” do operador $L = -\Delta u + V(x)u$ e $f(x,u)$ se comporta como $\exp(\alpha u^2)$ para u grande, o chamado caso Trudinger-Moser.

A equação em (PB) aparece em várias aplicações na Física-Matemática. Por exemplo, equações de Klein-Gordon e Schödinger da Mecânica Quântica. Ela pode ser interpretada como estágios estacionários da correspondente equação de reação-difusão

$$v_\tau = \Delta u - V(x)u + f(x,u),$$

que modela vários fenômenos físicos.

Há vários obstáculos técnicos para vencermos neste projeto; o funcional associado é fortemente indefinido próximo da origem e, por se tratar de um problema em domínio ilimitado, como a não linearidade do problema tem crescimento crítico, estamos em uma situação típica de perda compactidade no funcional energia.

Tencionamos usar técnicas variacionais, mais precisamente um “teorema de linking” desenvolvido recentemente por Kryszewski e Szulkin (vide [KS]) para funcionais fortemente indefinidos e algumas técnicas desenvolvidas recentemente nos artigos [FMR] e [JM], para transpormos estas dificuldades.

Outro método que podemos usar também é uma técnica de aproximação, mais precisamente; provar existência de solução para a equação do problema (PB) em quadrados $Q(k)$ de lado k para todo k natural usando um teorema de

minimax o chamado teorema generalizado do passo da montanha uma vez que aqui o funcional associado ao problema não é mais fortemente indefinido. Finalmente obter estimativas a priori para esta seqüência de soluções para então tomar o limite desta seqüência e provar que a função limite é de fato solução do problema (PB).

Referências Bibliográficas

[FMR] D. G. de Figueiredo, O. H. Miyagaki and B. Ruf, Elliptic equations in with nonlinearities in the critical growth range, *Cal. Var.* **3** (1995), 139-153.

[JM] João Marcos do Ó, Semilinear Dirichlet problem for the N-Laplacian in \mathbb{R}^N with nonlinearities in the critical growth range, *Diff. Int. Equ.* **9** (1996), 967-979.

[KS] W. Kryszewski and A. Szulkin, Generalized linking theorem with applications to a semilinear Schrodinger equation, *Advances in Diff. Eq.* **3** (1998), 441-472.