

PLANO DE TRABALHO
PARA O BOLSISTA

E

PROJETO DE PESQUISA

INICIAÇÃO AO ESTUDO DA
ANÁLISE FUNCIONAL

1 IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO

1. TÍTULO DO PROJETO:

Iniciação ao Estudo da Análise Funcional

2. LOCAL DE EXECUÇÃO:

Departamento de Matemática - CCEN - UFPB - Campus I

3. ÁREA DE PESQUISA:

Análise

4. SUB-ÁREA DE PESQUISA:

Análise Funcional

5. ORIENTADOR:

Prof. Dr. João Marcos Bezerra do Ó

6. COORIENTADOR:

Prof. Dr. Everaldo Souto de Medeiros

7. ORIENTANDO:

Rodrigo Alves de Oliveira Arruda

8. PERÍODO DE REALIZAÇÃO:

abril de 2004 a dezembro de 2004

2 INTRODUÇÃO

Neste projeto temos como ingrediente básico o estudo de vários métodos modernos, nos quais daremos ênfase às técnicas relacionadas com Análise Funcional que vem atuando como uma das mais importantes ferramentas nas pesquisas atuais em Equações Diferenciais.

O estudo das Equações Diferenciais tem sido a porta de entrada à pesquisa para muitos matemáticos devido sua aplicabilidade em diversos ramos da ciência, onde destacamos a física, engenharia, biologia e economia.

Estamos preocupados em orientar o aluno sob dois aspectos a “informação” e a “formação”. Para a informação apresentaremos as técnicas gerais usadas nesta área. Para sua formação vamos estimular a busca de soluções mais didáticas dos problemas enfocados, que são adquiridas com leituras de vários textos, desenvolvendo assim habilidades peculiares aos pesquisadores em matemática.

Faremos um estudo sistemático dos principais resultados básicos da Análise Funcional. Começando com os Espaços de Banach, Espaços de Hilbert, Teoremas de Hanh-Banach, Teoremas Fundamentais da Análise Funcional tais como o Teorema da Aplicação Aberta, Teorema da Limitação uniforme e Teorema do Gráfico fechado. Estudaremos as topologias fracas, espaços reflexivos e o Teorema de Banach-Alaoglu-Bourbaki. Estudaremos também os espaços de Lebesgue, teoria espectral para operadores auto-adjunto e compacto e uma introdução aos espaços de Sobolev.

Nosso método será o usual, o qual tem sido feito com sucesso nas iniciações à pesquisa em matemática, isto é, realizações de seminários semanais com listas de exercícios para a fixação dos conceitos e leituras de textos para complementação.

3 Conteúdo do Projeto de Pesquisa

1. Espaços normados - propriedades básicas e exemplos. Espaços de seqüências e espaços de Funções.
2. Desigualdade de Holder e Minkovski para espaços de seqüências e espaços de Funções.
3. O completamento de espaços normados.
4. Espaços de Hilbert - propriedades básicas e exemplos.
5. Operadores lineares contínuos e funcionais lineares contínuos.
6. Teorema de Hahn-Banach forma analítica - prolongamento de funcionais lineares.
7. Teorema de Hahn-Banach forma geométrica - separação de conjuntos convexos.
8. Aplicações dos teoremas de Hahn-Banach.
9. O Lema de Baire e suas conseqüências. O teorema de Banach-Steinhaus, o teorema da aplicação aberta.
10. O teorema do gráfico fechado. Aplicações destes teoremas fundamentais da Análise Funcional.
11. Revisão sobre noções básicas de topologia visando o estudo da topologia fraca. Definição e propriedades elementares da topologia fraca.
12. Topologia fraca, conjuntos convexos e operadores lineares.
13. Topologia fraca estrela.
14. Espaços reflexivos.
15. Espaços separáveis.
16. Espaços uniformemente convexos.
17. Espaços de Lebesgue - LP e suas propriedades elementares. Refletividade, separabilidade e o dual topológico.

18. Convolução e regularização.
19. O teorema de compacidade de Riesz-Fréchet-Kolmogorov (critério de compacidade forte nos espaços de Lebesgue)
20. Espaços de Hilbert. Definição e propriedades elementares. O teorema da projeção sobre um convexo fechado.
21. O dual topológico de um espaço de Hilbert - Teorema de Riesz-Frechet.
22. O Teorema de Stampacchia e o teorema de Lax-Milgram.
23. Conjuntos ortonormais completos - bases de Hilbert.
24. Operadores Compactos definição e propriedades elementares.
25. Adjunto - definição e propriedades elementares. Operadores auto-adjuntos.
26. A teoria de Riesz-Fredholm.
27. O espectro de um operador compacto e auto-adjunto.
28. Exemplos e aplicações.
29. Espaços de Sobolev - definição e propriedades elementares. A noção de derivada fraca e unicidade. Exemplos de funções no espaço de Sobolev. Completitude, reflexividade e separabilidade dos espaços de Sobolev
30. Teoremas de aproximação: aproximação interior por funções suaves, aproximação até o bordo e o teorema global de aproximação.
31. O operador prolongamento.
32. O teorema do traço.
33. Inequações de Sobolev: a inequação de Gagliardo-Nirenberg-Sobolev.
34. A inequação de Morrey.
35. Inequação de Sobolev geral.
36. Teoremas de compacidade. O teorema de compacidade de Rellich-Kondrachov.

37. A desigualdade de Poincaré. Aplicações a uma classe de problemas elípticos.

References

- [1] Haim Brezis, *Analyse Fonctionnelle Théorie et Applications*, Masson Paris, 1987.
- [2] D. Gilbarg and N. S. Trudinger, *Elliptic Partial Differential Equations of Second Order*, second edition, Springer-Verlag, 1983.
- [3] Avner Friedman, *Foundations of Modern Analysis*, Dover Publications, 1982.
- [4] John B. Conway, *A Course in Functional Analysis*, Springer-Verlag, 1990.
- [5] S. Kesavan, *Topics in Functional Analysis and Applications*, New Age, 2003.

CRONOGRAMA DE EXECUÇÃO DO PLANO

A duração prevista para o nosso projeto é de doze meses e propomos o seguinte cronograma:

Primeira etapa- janeiro a junho de 2004

Estudaremos alguns resultados básicos da Análise Funcional tais como: Os Teoremas de Hahn-Banach, Teoremas Fundamentais da Análise Funcional, Topologias Fracas, Espaços de Hilbert.

Segunda etapa - de julho a dezembro de 2004

Estudaremos: Espaços de Lebesgue, Teoria Espectral, Espaços de Sobolev e aplicações.