

PLANO DE TRABALHO
PARA O BOLSISTA

E

PROJETO DE PESQUISA

INICIAÇÃO AO ESTUDO DAS
EQUAÇÕES DIFERENCIAIS
ELÍPTICAS

1 IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO

1. TÍTULO DO PROJETO:

Iniciação ao Estudo das Equações Diferenciais Elípticas

2. LOCAL DE EXECUÇÃO:

Departamento de Matemática - CCEN - UFPB - Campus I

3. ÁREA DE PESQUISA:

Análise

4. SUB-ÁREA DE PESQUISA:

Equações Diferenciais

5. ORIENTADOR:

Prof. Dr. João Marcos Bezerra do Ó

6. COORIENTADOR:

Prof. Dr. Everaldo Souto de Medeiros

7. ORIENTANDO:

Rodrigo Alves de Oliveira Arruda

8. PERÍODO DE REALIZAÇÃO:

janeiro de 2003 a dezembro de 2003

2 INTRODUÇÃO

O estudo das Equações Diferenciais tem sido a porta de entrada à pesquisa para muitos matemáticos devido sua aplicabilidade em diversos ramos da ciência, onde destacamos a física, engenharia, biologia e economia.

Neste projeto temos como ingrediente básico o estudo de vários métodos clássicos e modernos, nos quais daremos ênfase as técnicas relacionadas com Análise Funcional que vem atuando como uma das mais importantes ferramentas nas pesquisas atuais em Equações Diferenciais.

Estamos preocupados em orientar o aluno sob dois aspectos a “informação” e a “formação”. Para a informação apresentaremos as técnicas gerais usadas nesta área. Para sua formação vamos estimular a busca de soluções mais didática dos problemas enfocados, que são adquiridas com leituras de vários textos, desenvolvendo assim habilidades peculiares aos pesquisadores em matemática.

Para isto forneceremos um estudo que permita obter uma boa noção de algumas das técnicas mais importantes utilizadas no estudo de problemas elípticos e que sirvam para dar uma idéia desta importante sub-área da matemática.

Serão estudados três aspectos no tratamento de equações elípticas: o clássico, uma introdução à teoria do potencial e a teoria moderna que envolve uma formulação fraca dos problemas elípticos via espaços de Sobolev.

Estas três etapas são autosuficientes, para as duas últimas etapas precisaremos apenas de um conhecimento prévio, porém elementar, da integral de Lebesgue e o teorema de Arzelá-Ascoli. Isto será oportunamente suprido através de exposições ministradas pelo orientador.

Nosso método será o usual, o qual tem sido feito com sucesso nas iniciações à pesquisa em matemática, isto é, realizações de seminários semanais com lista de exercícios para a fixação dos conceitos e leituras de textos para complementação.

3 Conteúdo do Projeto de Pesquisa

1. Equações Diferenciais Ordinárias
 - (a) Existência e Unicidade de Soluções
 - (b) Equações Diferenciais Lineares
 - (c) Elementos da Teoria de Sturm-Liouville e Problemas de Contorno
2. Equações Diferenciais Parciais
 - (a) O Teorema da Divergência de Gauss
 - (b) Derivação Sob o Sinal de Integração
 - (c) Alguns Exemplos Clássicos de Equações Diferenciais Parciais da Física Matemática
 - i. Equações de Difusão
 - ii. Equações Estacionárias
 - iii. Equação da Corda Vibrante
 - iv. Equações de Maxwell
3. Operador de Laplace
 - (a) Princípio do Máximo
 - (b) Inequação de Harnack
 - (c) Representação de Green
 - (d) A integral de Poisson
 - (e) O lema de Weyl
 - (f) Teoremas de Convergência
 - (g) Estimativas Interiores da Derivada
 - (h) O Problema de Dirichlet; o Método das Funções Subharmônicas
4. Operadores de Segunda Ordem Elípticos
 - (a) O Princípio do Máximo Fraco

- (b) O Princípio do Máximo Forte
 - (c) Estimativas Apriori
 - (d) A Inequação de Harnack
 - (e) Operadores na Forma do Divergente
5. Equação de Poisson e o Potencial Newtoniano
- (a) Continuidade de Hölder
 - (b) O Problema de Dirichlet Para Equação de Poisson
 - (c) A Estimativa de Hölder Para as Derivadas de Segunda Ordem
 - (d) Estimativas na Fronteira
 - (e) Estimativas de Hölder Para as Derivadas de Segunda Ordem.
6. Introdução a Conceitos Básicos de Análise Funcional
- (a) Espaços de Banach
 - (b) Espaços de Hilbert
 - (c) Operadores Lineares Limitados
 - (d) O Teorema de Representação Riesz
 - (e) A Alternativa de Fredholm
7. Uma Introdução a Teoria das Distribuições e Espaços de Sobolev
- (a) Distribuições
 - i. Definição e Propriedades das Distribuições
 - ii. Partição da Unidade
 - iii. Transformada de Fourier e Distribuições Temperadas
 - (b) Espaços de Sobolev
 - i. Definição e Propriedades
 - ii. Comportamentos na Fronteira
 - iii. O Espaço Dual
 - (c) Aplicações
 - i. Formulação Variacional de Alguns Problemas Elípticos
 - ii. Regularidade das Soluções Fracas
 - iii. Princípio do Máximo
 - iv. Autofunções e Decomposição Espectral

References

- [1] L. Bers, F. John and M. Schechter, Partial Differential Equations, Interscience John Wiley & Sons, 1966.
- [2] Haim Brezis, Analyse Fonctionnelle Théorie et Applications, Masson Paris, 1987
- [3] Djairo de Figueiredo, Teoria Clássica do Potencial - Editora Universidade de Brasília
- [4] D. Gilbarg and N. S. Trudinger, Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, second edition, Springer-Verlag, 1983.
- [5] Antonio Giglioli, Equações Diferenciais Parciais Elípticas, Notas do 10º Colóquio Brasileiro de Matemática, Poços de Caldas 7/26 Julho 1975
- [6] M. Renardy and R. Rogers, An Introduction to Partial Differential Equations, Springer-Verlag, 1993.

CRONOGRAMA DE EXECUÇÃO DO PLANO

A duração prevista para o nosso projeto é de doze meses e propomos o seguinte cronograma:

Primeira etapa- janeiro a junho de 2003

Estudaremos: alguns resultados básicos das equações diferenciais ordinárias; uma introdução as equações diferenciais parciais; o operador de Laplace; operadores de segunda ordem elípticos; equação de Poisson e o potencial Newtoniano

Segunda etapa - de julho a agosto de 2003

Estudaremos: uma breve introdução aos conceitos básicos da análise funcional; uma Introdução a teoria das distribuições e espaços de Sobolev e aplicações a alguns problemas elípticos variacionais.