

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

PLANO DE TRABALHO
PARA O BOLSISTA

INICIAÇÃO AO ESTUDO DA
ANÁLISE NÃO LINEAR E
APLICAÇÕES

PIBIC-CNPq-UFPB-2002

IDENTIFICAÇÃO DO PLANO DE TRABALHO

1. TÍTULO DO PLANO DE TRABALHO:

Iniciação ao Estudo da Análise não Linear e Aplicações

2. LOCAL DE EXECUÇÃO:

Centro de Ciências Exatas e da Natureza e Centro de Formação de Professores - UFPB

3. ÁREA DE PESQUISA:

Análise

4. SUB-ÁREAS DE PESQUISA:

Equações Diferenciais

5. ORIENTADOR:

Prof. Dr. João Marcos Bezerra do Ó

6. COORIENTADOR:

Prof. Uberlândio Batista Severo

6. ORIENTANDO:

Gilberto Fernandes Vieira

7. PERÍODO DE REALIZAÇÃO:

agosto de 2002 a julho de 2003

INTRODUÇÃO

O PIBIC tem exercido um papel importante na formação de pesquisadores no Brasil. Hoje muitos dos jovens matemáticos brasileiros começaram efetivamente sua vida acadêmica participando de um projeto de iniciação científica. Nosso objetivo central é dar continuidade a esta prática canalizando novos estudantes para uma carreira de pesquisador.

Para atingir esta tão importante meta, o grupo que compõe o “Projeto de Pesquisa Integrado em Análise” (veja projeto de pesquisa em anexo) conta com o apoio do DM-UFPB e do Instituto do Milênio - AGIMB (milenioimpa.br). Este projeto vem abraçar os bolsistas - PIBIC integrando-os no grupo, promovendo interação com os pesquisadores e mestrandos para que os mesmos sintam-se estimulados e direcionados para a continuidade de sua formação objetivando a carreira de pesquisador.

Nosso projeto de iniciação científica tem como tema central a Análise não Linear”. Esta sub-área da matemática surge naturalmente quando estudamos equações realcionadas com modelos não lineares para problemas envolvendo ciências naturais. A ”Análise não Linear” portanto tem aplicabilidade em várias ciências como Biologia, Economia, Física e Engenharia e certamente esta tem sido uma razão para atrair muitos talentos para a pesquisa em Matemática.

OBJETIVOS DO PLANO DE TRABALHO

Do ponto de vista específico da pesquisa individual do bolsista, nosso principal **objetivo** neste projeto é introduzir os conceitos básicos necessários para o estudo de problemas que surgem em diversos ramos da matemática que podem ser solucionados com as técnicas da Análise não Linear. Mais precisamente, estudaremos a teoria do grau de Brouwer e suas aplicações, veja detalhamento do plano abaixo.

Com este projeto pretendemos também qualificar o aluno para continuar seus estudos futuros em um curso de pós-graduação visando a formação e a informação. Para estes objetivos dividiremos o conteúdo do plano em três etapas, apresentadas abaixo, além de implantar as técnicas daremos ênfase na formação do futuro pesquisador aprimorando o seu estudo.

Faremos também uso da **metodologia** tradicional, a qual tem sido feita com sucesso nas iniciações à pesquisa em matemática, isto é, realizações de seminários semanais com lista de exercícios para a fixação dos conceitos e leituras de textos para complementação.

Detalhamento do Plano de Trabalho

Neste projeto serão estudados alguns aspectos teóricos ligados a análise visando aplicá-los ao estudo de problemas envolvendo equações diferenciais. Iniciamos com uma revisão de alguns conceitos básicos de análise no $\mathbb{R}^N$ que serão fundamentais para o estudo da teoria do Grau de Bruwer. Nesta etapa faremos um estudo dando mais atenção aos aspectos geométricos contidos nestes resultados. Na segunda etapa desenvolveremos a teoria abstrata do grau topológico.

1. Revisão dos Principais resultados do Cálculo Avançado

- (a) Aplicações Diferenciais
- (b) A Desigualdade do Valor Médio
- (c) O Teorema da Função Inversa
- (d) O Teorema da Função Implícita
- (e) O Teorema de Sard
- (f) Integrais Múltiplas
- (g) O Teorema de Fubini
- (h) O Teorema de Mudança de Variáveis para Integrais
- (i) O Teorema de Existência e Unicidade de Soluções para Equações Diferenciais Ordinárias
- (j) Equações Diferenciais Lineares

2. Grau Topológico em Dimensão Finita

- (a) Unicidade do Grau Topológico
- (b) Construção do Grau Topológico
- (c) Mais propriedades do Grau Topológico
- (d) O Teorema do Ponto Fixo de Brower e Aplicações
- (e) O Teorema de Borsuk e Aplicações
- (f) Propriedades Multiplicativas do Grau
- (g) O Teorema de separação de Jordan
- (h) Teoria do Grau para Aplicações Holomorfas
- (i) Índice de um Campo de Vetores
- (j) O Grau Topológico em Domínios Ilimitados

- (k) Grau Topológico em Espaço Topológicos de Dimensão Finita
- (l) O Teorema de Hopf e Generalizações do Teorema de Borsuk
- (m) O Índice de uma Aplicação

3. Aplicações

- (a) Equações Diferenciais Periódicas
- (b) Existência de Soluções Periódicas
- (c) Bifurcação Local para Equações Diferenciais

Cronograma de Execução

O conteúdo deste plano será executado em três etapas descritas a seguir:

Primeira Etapa: de agosto a novembro de 2002.

Estudaremos alguns conceitos básicos da Análise no $\mathbb{R}^N$

Segunda Etapa: de dezembro a maio de 2003.

Desenvolveremos nesta etapa a Teoria do Grau Topológico de Brouwer

Terceira Etapa: de junho a julho de 2003.

Aplicaremos os conceitos estudados na segunda etapa a problemas específicos envolvendo Equações Diferenciais Ordinárias.

References

- [1] Amann, Hebert *Ordinary Differential Equations*, Berlin; New York: de Gruyter, 1990
- [2] Lima, Elon Lages, *Curso de Análise - Volume 2*, Rio de Janeiro, Projeto Euclides - IMPA 1981
- [3] Deimling, Klaus, *Nonlinear Functional Analysis*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985