

PLANO DE TRABALHO PARA O BOLSISTA

ANÁLISE DE FOURIER E
EQUAÇÕES DIFERENCIAIS PARCIAIS

JOSÉ LAUDELINO DE MENEZES NETO

PROF. DR. CARLOS CÉSAR ARANDA
Orientador

Janeiro de 2004

1 IDENTIFICAÇÃO DO PROJETO

1. TÍTULO DO PROJETO:

Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais

2. LOCAL DE EXECUÇÃO:

Departamento de Matemática - CCEN - UFPB - Campus I

3. ÁREA DE PESQUISA:

Análise

4. SUB-ÁREA DE PESQUISA:

Equações Diferenciais

5. ORIENTADOR:

Prof. Dr. Carlos César Aranda

6. COORIENTADOR:

Prof. Uberlandio Batista Severo

7. ORIENTANDO:

José Laudelino de Menezes Neto

8. PERÍODO DE REALIZAÇÃO:

Fevereiro de 2004 a Janeiro de 2005

2 INTRODUÇÃO

O grupo "Projeto Integrado de Pesquisa em Análise" da UFPB, apoiado pelo Milênio (AGIMB), tem como principal objetivo nos seus projetos de Iniciação Científica preparar o bolsista para uma futura pós-graduação visando sua formação como pesquisador.

Nossa área de pesquisa são as Equações Diferenciais Parciais portanto cobrimos sempre os programas com uma base de Análise comum a todos os projetos, para posteriormente desenvolver o tema objeto de cada projeto.

Para aqueles bolsistas que se encontram na primeira fase, promovemos uma interação com a prática de estudo em grupo tão eficaz nos meios científicos. Quando os mesmos se encontram na segunda etapa abrimos espaços para palestras e exposições dos temas por eles estudados sobre nossa supervisão.

No caso particular deste projeto iniciaremos com o estudo da equação

$$u_{tt} = c^2 u_{xx}$$

associada a fenômenos ondulatórios. Para tanto precisamos apresentar ao aluno um mínimo de pré-requisitos tais como Análise de Fourier que será feito a partir do método de separação de variáveis e expansão em auto-funções. Usaremos este método clássico para resolver outros problemas de contorno e/ou valor inicial em algumas classes de domínios com simetria apropriada.

Partindo de problemas e métodos clássicos pretendemos também chegar a métodos mais modernos como distribuições periódicas e transformada de Fourier, motivando o estudo destas ferramentas sofisticadas.

Objetivos do Plano de Trabalho

Do ponto de vista específico da pesquisa individual do bolsista, nosso principal **objetivo** neste projeto é introduzir os conceitos básicos necessários para o estudo de problemas que surge em diversos ramos da matemática que são estudados através das Equações diferenciais. Dessa forma, pretendemos qualificar o aluno para continuar seus estudos futuros em curso de pós-graduação visando a formação e a informação. Com este objetivo forneceremos o conteúdo em duas etapas, visando implantar as técnicas e o modo de estudar e pesquisar.

Faremos também uso da **metodologia** tradicional, a qual tem sido feita com sucesso nas iniciações à pesquisa em matemática, isto é, realizações de seminários semanais com lista de exercícios para a fixação dos conceitos e leituras de textos para complementação.

Neste projeto serão estudados alguns aspectos teóricos ligados a análise visando aplica-los ao estudo de problemas de Equações Diferenciais Parciais, mais especificamente, desenvolver a teoria das distribuições e a transformada de Fourier para

funções de L^1 e utiliza-la para resolver problemas de EDP tais como vibrações de cordas infinitas e semi-infinitas, e o problema de Dirichlet para a equação de Laplace e em semiplano.

Detalhamento do Plano de Trabalho

1. Motivação ao estudo das séries de Fourier
2. Séries de Fourier
 - (a) Funções periódicas
 - (b) Convergência uniforme da série de Fourier
 - (c) Convergência pontual da série de Fourier
 - (d) Identidade de Parseval
 - (e) Desigualdade de Bessel
3. A equação do calor
 - (a) Condução do calor: barra homogênea com extremidades mantidas a $0^\circ C$.
 - (b) Condução do calor: barra homogênea sujeita a outras condições laterais com extremidades mantidas a $0^\circ C$.
 - (c) Condução do calor de uma barra não-homogênea.
 - (d) Questões de unicidade de soluções envolvendo a equação do calor.
4. Equação das ondas
 - (a) Equação da onda vibrante
 - (b) Resolução por série de Fourier
 - (c) Energia da corda vibrante
 - (d) Harmônicos, frequência e amplitude
 - (e) corda dedilhada
 - (f) vibrações forçadas. Ressonância
 - (g) Corda infinita
 - (h) Corda semi-infinita
5. Equação de Laplace
 - (a) Problema de Dirichlet no retângulo

- (b) Problema de Dirichlet no disco
 - (c) Problema de Dirichlet para a equação de Laplace num semiplano.
6. A transformada de Fourier
- (a) A transformada em L^1
 - (b) O espaço de Schwartz

Cronograma de Execução

Primeira Etapa: de fevereiro a junho de 2004.

Estudaremos alguns conceitos Clássicos da Análise de Fourier

Segunda Etapa: de julho de 2004 a janeiro de 2005.

Aplicaremos os conceitos estudados na primeira etapa a problemas específicos envolvendo equações Diferenciais Parciais.

References

- [1] L. Bers, F. John and M. Schechter, Partial Differential Equations, Interscience John Wiley & Sons, 1966.
- [2] Haim Brezis, Analyse Fonctionnelle Théorie et Applications, Masson Paris, 1987
- [3] Djairo de Figueiredo, Teoria Clássica do Potencial - Editora Universidade de Brasília
- [4] Djairo de Figueiredo, Análise de Fourier e Equações Diferenciais Parciais, Projeto Euclides, CNPq, 1976.
- [5] Rafael Iório e Valéria Iório, Equações Diferenciais Parciais: uma introdução, Projeto Euclides, CNPq, 1988.
- [6] D. Gilbarg and N. S. Trudinger, Elliptic Partial Differential Equations of Second Order, second edition, Springer-Verlag, 1983.
- [7] Antonio Giglioli, Equações Diferenciais Parciais Elípticas, Notas do 10º Colóquio Brasileiro de Matemática, Poços de Caldas 7/26 Julho 1975
- [8] M. Renardy and R. Rogers, An Introduction to Partial Differential Equations, Springer-Verlag, 1993.