



Universidade Federal da Paraíba  
Centro de Ciências Exatas e da Natureza  
Departamento de Matemática



Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

## Prova 1: MA11 - Números e Funções Reais

João Pessoa, 21 de maio de 2022

Prof.: Pedro A. Hinojosa

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

**1 (2.5 pts)** Use o Princípio da Boa Ordem para mostrar o Princípio de Indução Generalizado.

**Princípio de Indução Generalizado:** Sejam  $a \in \mathbb{N}$  um número natural qualquer e  $P$  uma propriedade referente aos números naturais. Suponha que se verificam as duas afirmações abaixo:

(1)  $P(a)$  é verdadeira;

(2)  $\forall k \in \mathbb{N}, k \geq a : P(k) \text{ verdadeira} \implies P(k+1) \text{ verdadeira}$ .

Então,  $P(n)$  é válida para todo  $n \geq a$ .

**Solução:** Seja  $X = \{x \in \mathbb{N} : x \geq a, P(x) \text{ é falso}\}$

**2 (2.5 pts)** Seja  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função crescente tal que, para todo  $x$  racional, tem-se  $f(x) = ax + b$ , com  $a, b \in \mathbb{R}$  constantes. Prove que se tem  $f(x) = ax + b$  também se  $x$  for irracional.

**3 (2.5 pts)** Mostre que para todo  $n \in \mathbb{N}$  vale a igualdade abaixo:

$$\frac{1^2}{1 \cdot 3} + \frac{2^2}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1) \cdot (2n+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

**4 (2.5 pts)** Resolva as inequações seguintes:

(a)  $\frac{|x-2|+|x+4|}{|x+2|+|x-4|} \geq 0$

(b)  $\frac{(x-2)(x+4)}{(x+2)(x-4)} \geq 0$