



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática



Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

1ª Prova: MA11 - Números e Funções Reais

João Pessoa, 16 de junho de 2017

Prof.: Pedro A. Hinojosa

Nome: _____ Matrícula: _____

1 (2 pts.) Considere a sentença aberta em $\mathbb{N}$:

$$P(n) : 1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} + 1.$$

Mostre que:

(a) $\forall n \in \mathbb{N} : P(n)$ verdadeira implica $P(n+1)$ verdadeira;

(b) $P(n)$ não é verdadeira para nenhum valor de $n \in \mathbb{N}$.

2 (4 pts.) Sejam $f : X \rightarrow Y$ uma função, A e B subconjuntos de X . Prove que:

(a) $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$;

(b) $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$;

(c) Mostre, com um exemplo, que a igualdade $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ pode não acontecer;

(d) Sob que condições para a função f vale a igualdade $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$? Justifique.

3 (2 pts.) Resolva as inequações abaixo:

(a) $\frac{x-1}{x-4} \leq \frac{x+1}{x+3}$;

(b) $\left| \frac{5}{2x-1} \right| \geq \left| \frac{1}{x-2} \right|$.

4 (2 pts.) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função crescente tal que para todo $x \in \mathbb{Q}$ tem-se $f(x) = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$ constantes. Mostre que $f(x) = ax + b$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Boa Prova.