Universidade Federal da Paraíba

Centro de Ciências Exatas e da Natureza

Departamento de Matemática

Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

PROFMAT

1^a Prova: MA11 - Números e Funções Reais

João Pessoa, 17 de junho de 2016

Prof.: Pedro A. Hinojosa

Nome: _____ Matrícula: _____

1 (2 pts.) *Prove, por indução, que:*

$$\forall n \in \mathbb{N},\ n \geq 3, \quad \textit{tem-se} \quad \left(\frac{n+1}{n}\right)^n \leq n.$$

Conclua daí que a sequência $1, \sqrt{2}, \sqrt[3]{3}, \sqrt[4]{4}, \ldots$ *é decrescente a partir do terceiro termo.*

2 (4 pts.) *Seja* $f : X \to Y$ *uma função. Dado* $B \subset Y$, *define-se:*

$$f^{-1}(B) := \{x \in X : f(x) \in B\}.$$

Prove que:

(a) $\forall A \subset X,\ A \subset f^{-1}(f(A))$;

(b) $\forall B \subset Y,\ f(f^{-1}(B)) \subset B$;

(c) f *é injetiva, se e somente se,* $\forall A \subset X,\ A = f^{-1}(f(A))$;

(d) f *é sobrejetiva, se e somente se,* $\forall B \subset Y,\ f(f^{-1}(B)) = B$.

3 (2 pts.) *Resolva as inequações abaixo:*

(a) $\frac{x+1}{x-2} \leq \frac{x}{x+3}$;

(b) $|x+4| \leq |2x-6|$.

4 (2 pts.) *Seja* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *uma função estritamente crescente. Mostre que se* $f(x+h) - f(x) = g(h)$, *para alguma função* $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, *então* f *é uma função afim.*

Boa Prova.