

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA

CCEN-Departamento de Matemática

Lista 4

Disciplina: Introdução a Análise, **Data:** 20/01/2004.

Aluno: _____

- 1) Seja $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ contínua e $f(x) = 0$ para cada racional $x \in (a, b)$. Prove que $f \equiv 0$ para todo $x \in (a, b)$.
- 2) Sejam $f, g : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ contínuas e $f(x) = g(x)$ para cada racional $x \in (a, b)$. Prove que $f \equiv g$.
- 3) Sejam $f, g : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ contínuas tais que $f(0) = 1$, $f(1) = 0$, $g(0) = 0$ e $g(1) = 1$. Mostre que existe $c \in (0, 1)$ tal que $g(c) = f(c)$.
- 4) Seja $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ contínua e suponha que $f(0) = f(2)$. Prove que existe $c \in [0, 2]$ tal que $f(c) = f(c + 1)$.
- 5) Mostre que não existe uma função contínua $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que para cada $c \in \mathbb{R}$, a equação $f(x) = c$ tem exatamente duas soluções.
- 6) Se $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua prove que ela atinge um máximo em $[a, b]$.
- 7) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x + y) = f(x) + f(y)$ para todo $x, y \in \mathbb{R}$. Mostre que f é contínua em $\mathbb{R}$ se, e somente se, f é contínua em algum ponto da reta.
- 8) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua e periódica. Prove que f é uniformemente contínua.
- 9) Seja $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(xy) = f(x) + f(y)$ para todo $x, y \in \mathbb{R}^+$. Mostre que f é contínua em $\mathbb{R}^+$ se, e somente se, f é contínua em algum ponto de $\mathbb{R}^+$.
- 10) Mostre que uma função monótona não tem descontinuidade de segunda espécie.
- 11) Fazer os exercícios dos Capítulos 6,7 do livro de Elon-Análise Real.

Boa sorte meus jovens!!!