

Curso de Especialização em Estatística

Tópicos de Cálculo Avançado

3ª Prova - 12/05/82 - A Ser entregue em 21/05/82

Questões

① Para cada uma das funções abaixo determine

$$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \text{ e } \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}.$$

a) $z = 3x^2y^3 - 5x^3y^2$ b) $z = \sin(xy) \cdot \log(x^2 + y^2 + 3xy)$

c) $z = \cos[x \log(x^2 + y^2) + \lg(\frac{y}{x})]$ d) $z = \arctg(x^2 + \sin(xy))$

② a) Encontre $\frac{\partial z}{\partial u}$ e $\frac{\partial z}{\partial v}$ para

$$z = x^2 - y^2, \quad x = 2u - v, \quad y = u + 2v$$

b) calcule $\frac{dz}{dt}$ onde

$$z = ye^x + xe^y, \quad x = t, \quad y = \sin t$$

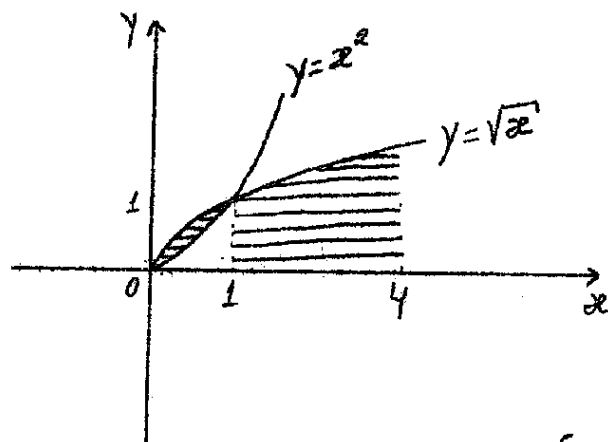
③ Sabendo-se que
$$\begin{cases} x^2 - y \cos(uv) + z^2 = 0 \\ x^2 + y^2 - \sin(uv) + 2z^2 = 0 \\ xy - \sin u \cos v + z = 0 \end{cases}$$

calcule $\frac{\partial x}{\partial u}$, $\frac{\partial x}{\partial v}$ no pto $x=1, y=1, u=\frac{\pi}{2}, v=z=0$.

④ Determine os pto críticos da função $z = xy^2 + x^2y - xy$ caracterizando-os.

⑤ Ache os máximos e mínimos da função $z = x + y^2$ sujeitos a condição $2x^2 + y^2 = 1$.

⑥ calcule a área da região achurada da figura abaixo:



⑦ Dada a transformação
$$\begin{cases} x = 2u + 3v - w \\ y = u - v + w \\ z = 3u + 2v + 3w \end{cases} \text{ com } \begin{cases} 0 \leq u \leq 1 \\ -1 \leq v \leq 0 \\ -1 \leq w \leq 1 \end{cases}$$

use o teorema de mudança de variáveis para calcular

$$\iiint_{R_{xyz}} (x+y+z) dx dy dz$$

⑧ Estude a convergência das séries:

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \log n}$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} n 2^{-n^2}$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n-1}$