

1ª parte

Coloque Certo ou Errado. Justifique.

- 1) A união de ideais num anel é um ideal
- 2) Todo ideal primo é maximal?
- 3) Todo anel possui um ideal maximal.
- 4) Todo grupo de ordem 15 é simples.
- 5) Todo grupo de ordem 42 possui apenas um subgrupo de Sylow.
- 6) Seja $f: R \longrightarrow R'$ um homomorfismo de anéis. Seja M' um ideal maximal de R' . Então $M = f^{-1}(M')$ é um ideal maximal de R .
- 7) Se $\phi: R \longrightarrow R'$ é um homomorfismo de anéis então $\phi(1) = 1'$, onde 1 e $1'$ são elementos unidades de R e R' respectivamente.
- 8) Existe um corpo de característica 12.
- 9) Seja G um grupo finito qualquer. Todo subgrupo de Sylow de G é normal.
- 10) Existe um grupo abeliano não cíclico de ordem 15.

2ª parte

- 1) Prove que todo grupo de ordem p^2 (p primo) é abeliano.
- 2) Se G é um grupo de ordem 1225
 - a) Calcule o n.º dos 5-subgrupos de Sylow de G
 - b) Calcule o n.º dos 7-subgrupos de Sylow de G
 - c) Os 5-subgrupos e 7-subgrupos de Sylow de G são normais? Justifique sua resposta.
 - d) Eles são isomorfos a que grupos?
- 3) Se F é um corpo prove que os seus únicos ideais são $\{0\}$ e o próprio corpo.
 - b) Demonstre que φ homomorfismo de um corpo é um homomorfismo injetivo ou leva todo elemento em $\underline{0}$.
- 4) Mostre que a característica de um domínio de integridade é $\underline{0}$ ou um n.º primo.

3ª parte