

Álgebra Linear e Geo. Analítica

2ª Prova

Aluno:

nº:

1. Seja $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $T(x, y, z) = (x+y, y+z, z+x)$.
 - a) Verifique que T é linear.
 - b) Determine uma base para $\text{Ker } T$.
 - c) Qual a dimensão da $\text{Im } T$? Justifique sua resposta.
 - d) T é invertível? Em caso afirmativo determine sua inversa.
 2. Seja V esp. vetorial de dimensão finita n e $T: V \rightarrow V$ uma aplicação linear.
 - a) Se $\beta = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ é base para V , mostre que $\text{Im } T = [T(v_1), T(v_2), \dots, T(v_n)]$.
 - b) Se $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ é linear, qual a relação entre o subespaço de $\mathbb{R}^n$ gerado pelas colunas de $[T]$ e $\text{Im } T$? bem conhecida.
 3. Seja V espaço vetorial e $\beta = \{v_1, \dots, v_n\}$ uma base para V .
Se $T: V \rightarrow V$ linear é tal que $T(v_1) = v_2, T(v_2) = v_3, \dots, T(v_{n-1}) = v_n$ e $T(v_n) = 0$, determine:
 - a) $[T]^\beta$
 - b) $T^2(\beta)$.
 4. Seja $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $[T] = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$.
 - a) Determine $T(x, y, z)$, $\forall (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.
 - b) Determine $\text{Ker } T$ e $\text{Im } T$.
 - c) Determine $[T]_\alpha^\beta$, onde $\beta = \{(1, 1, 1), (0, 1, -1), (1, 2, 1)\}$ e $\alpha = \{(1, 1), (2, 0)\}$.
-