

ALUNO:

MAT.:

1) a) Dê as definições de soma de Riemann e de conjunto de medida nula.

b) Qual é a relação entre somas de Riemann e integral?

2) Calcule

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( 2x \sin \frac{1}{x} - \cos \frac{1}{x} \right) dx.$$

Justifique seus cálculos. (Sugestão: Derive

$$F(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}, \quad F(0) = 0.)$$

3) Prove que toda função monotona  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  é integrável.

4) Seja  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  integrável. Prove que a função

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt$$

é uniformemente contínua.

5) Dados  $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  defina  $f \wedge g$  sendo  $(f \wedge g) = \min \{ f(x), g(x) \}$ . Prove que se  $f$  e  $g$  são integráveis, então  $f \wedge g$  é integrável.