

ALUNO:

MAT.:

(1,5) 1) Seja K um corpo ordenado. Prove que
 $|a - b| < \varepsilon \Rightarrow |a| < |b| + \varepsilon$
 quaisquer que sejam a, b e $\varepsilon > 0$ em K .

(1,5) 2) Se $n \in \mathbb{N}$ e $x < 1$ num corpo ordenado K , prove que $(1-x)^n \geq 1-nx$.

3) Diz-se que uma sequência (x_n) é de Cauchy quando $\forall \varepsilon > 0 \exists n_0 \in \mathbb{N}$
 tal que $m, n > n_0 \Rightarrow |x_m - x_n| < \varepsilon$.

(1,0) a) Prove que toda sequência de Cauchy é limitada.

(1,5) b) Prove que uma sequência de Cauchy não pode ter duas subseqüências convergentes com limites distintos.

(1,5) c) Prove que uma sequência é convergente se, e somente se, é de Cauchy.

(1,5) 4) Um número $a \in \mathbb{R}$ chama-se valor de aderência de uma sequência (x_n) quando é limite de uma subseqüência de (x_n) . Prove que se $a \in \mathbb{R}$ é valor de aderência de uma sequência (x_n) então a é um ponto de aderência do conjunto $X = \{x_n; n \in \mathbb{N}\}$.

(1,5) 5) Prove que se X é um conjunto compacto então $S = \{x+y; x, y \in X\}$ também é um conjunto compacto.