

UFPB-CCEN-Departamento de Matemática

4A. PROVA DE ANÁLISE.

Prof.: Marcelo

Name _____

1. Defina função integrável num bloco do espaço euclidiano, e prove que uma condição necessária e suficiente para que uma função limitada seja integrável num bloco A do espaço euclidiano é que para todo $\epsilon > 0$ dado, se possa obter uma partição P de A tal que

$$S(f; P) - s(f; P) < \epsilon.$$

2. Seja $X \subset \mathbf{R}^n$ de medida nula. Prove que para todo $Y \subset \mathbf{R}^m$, o produto cartesiano $X \times Y$ tem medida nula em $\mathbf{R}^{m+n}$.

3. Enuncie o Teorema da Integração Repetida.

4. Prove que

$$\int_{\mathbf{R}^2} \frac{dxdy}{(x^2 + y^2 + 1)^{3/2}} = 2\pi$$

Observação: $\int_{\mathbf{R}^2} \frac{dxdy}{(x^2+y^2+1)^{3/2}} := \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{B(r;0)} \frac{dxdy}{(x^2+y^2+1)^{3/2}}.$