

UFPB - CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
INTRODUÇÃO À GEOMETRIA DIFERENCIAL
2ª PROVA - 1/FEVEREIRO/2000

1) Calcule a área da esfera de raio R (menos uma curva) parametrizada por

$$\mathcal{X}(u, v) = (R \cos u \cos v, R \sin u \cos v, R \sin v),$$

$$0 < u < 2\pi, \quad -\pi/2 < v < \pi/2.$$

2) Seja

$$\mathcal{X}(u, v) = (\cos u - v \sin u, \sin u + v \cos u, v)$$

com $-\pi < u < \pi$ e $-2 < v < 2$. Mostre que $\mathcal{X}$ é uma superfície parametrizada regular cujo traço está contido no hiperbolóide de uma folha $x^2 + y^2 - z^2 = 1$ (fig. 1).

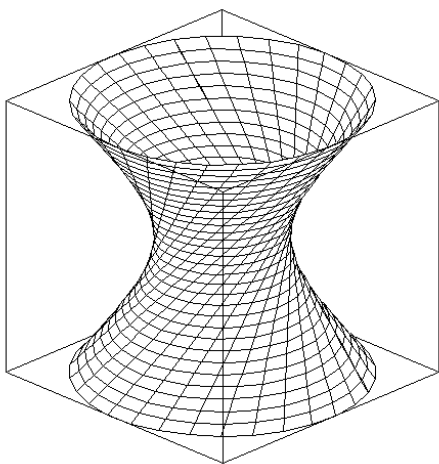


Figura 1: Hiperbolóide de uma folha

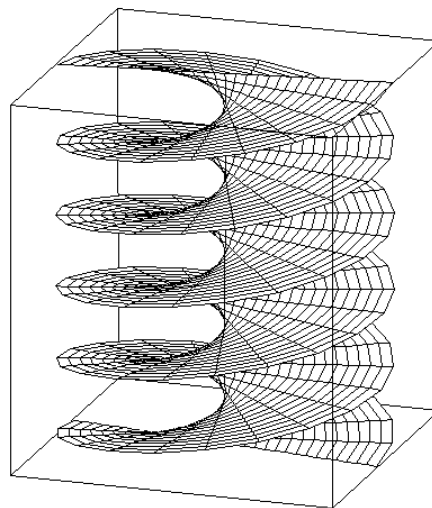


Figura 2: Helicóide

3) Determine a equação do plano $T_q \mathcal{X}$ tangente ao helicóide (fig. 2) parametrizado por

$$\mathcal{X}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v)$$

no ponto $q = (1, \pi/2)$.

4) Sejam $\mathcal{X}(u, v) = (u + v, u^2 - v, u + v^3)$, $q = (1, 0)$ e $\vec{w} = 3\mathcal{X}_u(1, 0) + 2\mathcal{X}_v(1, 0)$. Calcule $k_n(\vec{w})$, a curvatura normal de $\mathcal{X}$ em q na direção do vetor $\vec{w}$.