

UFPB - CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMATICA
1ª PROVA DE "FUNDAMENTOS DA MATEMATICA" - PERIODO 911

- 1) a) Mostre que $A \subset B \Rightarrow \#A \leq \#B$
b) Dê exemplo de uma bijeção entre $[-1, 3]$ e $[-2, 5]$
c) Usando a), b) e o Teorema de Schöeder-Bernstein, mostre que existe uma bijeção entre $[-2, 5]$ e $] -2, 5[$.

2) Sejam $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ cardinais quaisquer. Verifique se é verdade que:

- a) $\alpha < \gamma$ e $\beta < \delta \Rightarrow \alpha + \beta \leq \gamma + \delta$
b) $\alpha < \gamma \Rightarrow \alpha + \beta < \gamma + \beta$

3) Calcule os cardinais dos conjuntos A, B, C abaixo:

A = Conjunto de todos os $x \in \mathbb{N}$ cuja representação decimal é formada apenas pelos algarismos 2, 5 e 7.

B = Conjunto dos números transcendentais maiores que 10

C = Conjunto de todas as funções de $[-1, 3]$ em $\{2, 9\}$

4) a) Seja $F : \{1, 2, 3\}^{\mathbb{N}} \longrightarrow [0, 1]$ definida por

$$F(f) = 0, f(1)f(2)f(3)f(4)\dots$$

Mostre que F é injetora.

b) Dê exemplo de uma função injetora de $\{1, 2\}^{\mathbb{N}}$ em $\{1, 2, 3\}^{\mathbb{N}}$

c) Usando a) e b) e um dos Teoremas estudados, estabeleça uma relação entre os cardinais $3^{\aleph_0}$ e c .

5) Sejam $a_1, a_2, a_3, \dots$ cardinais de $A_1, A_2, A_3, \dots$ tais que $a_n < a_{n+1}$ para todo n . Seja $\mathcal{A}$ a união de todos os A_i e $a = \#\mathcal{A}$. Mostre que $a > a_n$ para todo n .