

MEC - UFPb _CCEN

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Introdução à Análise - período 802 - 1º teste

Nome: _____ Nº _____ NOTA: _____

1º) Seja $f: A \longrightarrow B$ uma função e X, Y subconjuntos de A . Mostre que $f(X \cap Y) \subset f(X) \cap f(Y)$ e dê um exemplo em que esta inclusão seja própria.

2º) Seja X não-enumerável e Y um subconjunto enumerável de X . Mostre que $X - Y$ é não-enumerável

39) (a) Mostre que existe uma função sobrejetiva $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ tal que $f^{-1}(n)$ é infinito para todo n natural.

Sugestão: Como $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ é enumerável existe uma bijeção $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

(b) Mostre que é possível uma decomposição $\mathbb{N} = X_1 \cup X_2 \cup \dots \cup X_n \cup \dots$ onde cada X_i é infinito e $X_i \cap X_j = \emptyset$, $i \neq j$.

Sugestão: Use o item (a)

49) Mostre que se um conjunto A tem k elementos, $P(A)$ tem 2^k elementos.

Sugestão: Indução sobre o nº de elementos de A .

59) Mostre que se $f: A \longrightarrow F(N,N)$ é sobrejetiva, então A é não-enumerável.

6º) Coloque C (certo) ou F (falso)

- () Se $X \subset \mathbb{R}$ é denso e não-enumerável então $\mathbb{R} - X$ é enumerável
- () Se K é um corpo ordenado e $X \subset K$ possui elemento máximo então X possui supremo.
- () $\mathbb{Q}$ é não-archimediato
- () Se $X_n = \mathbb{N}$ então $\prod_{n=1}^{\infty} X_n$ é não-enumerável
- () Se $Y_n = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$, onde $X_i = \mathbb{N} \ \forall i \in \mathbb{N}$, então $\bigcup_{n=1}^{\infty} Y_n$ é enumerável.
- () Todo conjunto infinito possui um subconjunto infinito enumerável.
- () $(\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \cup \{0, 1\}$ é um corpo ordenado ~~completo~~
- () Todo subconjunto $Y \subset \mathbb{Z}$ limitado superiormente possui elemento máximo.
- () $\mathbb{Z}_2$ é um corpo ordenado
- () $\mathbb{Q}$ é um corpo ordenado completo.