

1. Dar exemplo de uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que seja derivável apenas em $x=0$.
2. Seja $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ derivável à direita em $a \in X \cap X'$ e $f'(a^+) < 0$.
Mostrar que $\exists \delta > 0 \mid x \in X \text{ e } a < x < a + \delta \Rightarrow f(a) > f(x)$.
3. Seja $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ crescente em X e derivável em $a \in X \cap X'$.
Mostrar que $f'(a) \geq 0$.
4. Sejam $A \subset \mathbb{R}$ aberto e $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ derivável em A com $f'(x) = 0 \quad \forall x \in A$.
As hipóteses acima implicam que f é uma função constante? Justifique.
5. Seja $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ de classe C^1 e $f'(x_0) > 0$ para algum $x_0 \in (a, b)$. Mostrar que $\exists \delta > 0$ tal que $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta) \cap (a, b)$.
6. Dar exemplo de uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que seja derivável em $\mathbb{R}$, mas que não seja de classe C^1 .

