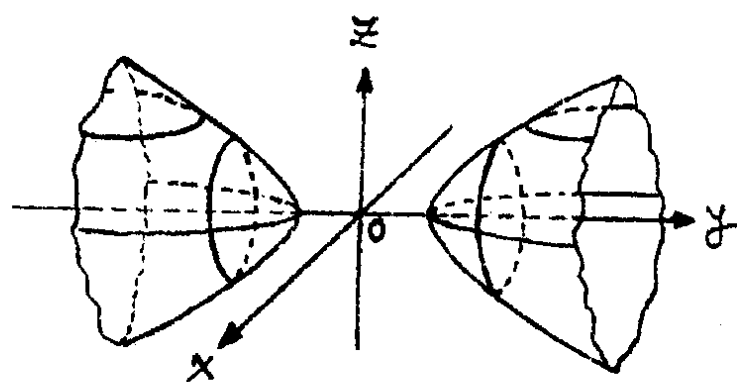


O HIPERBOLOÍDE DE DUAS FOLHAS



Equação:

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

onde $a, b, c > 0$.

Se k é uma constante tal que $|k| < b$, o plano $y = k$ não intercepta a superfície.

Se $|k| > b$ o plano $y = k$ intercepta a superfície segundo a elipse: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{z^2}{c^2} = \frac{k^2}{b^2} - 1$, $y = k$.

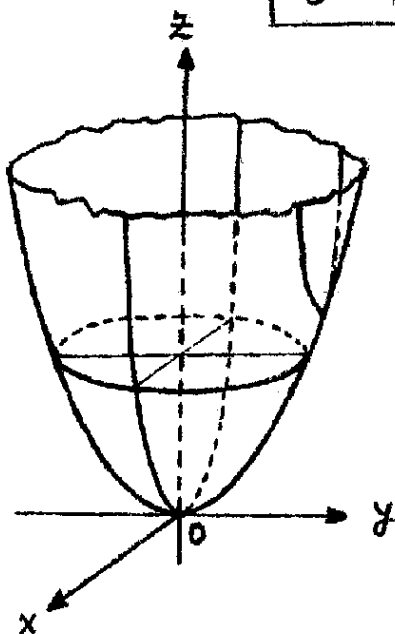
A superfície tem duas folhas. Uma na região $y \geq b$ e outra na região $y \leq -b$.

Um plano de equação $z = p$ ou $x = q$ intercepta a superfície segundo uma hipérbole.

As interseções com o plano xy e yz são casos particulares da situação descrita acima.

Se $a = c$, temos um hiperbolóide de revolução

O PARABOLOIDE ELIPTICO

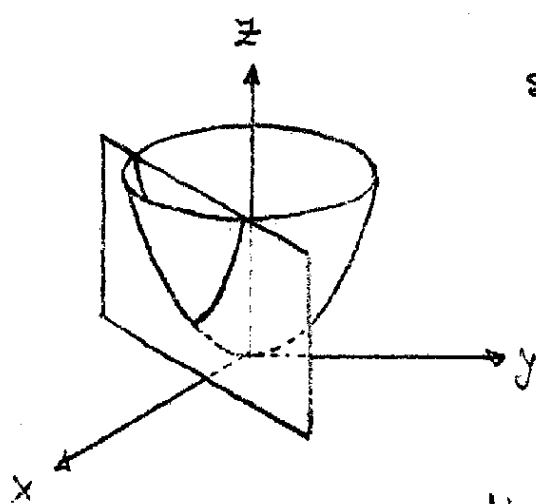


Equação: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = cz$
 $a, b > 0, c \neq 0$.

Quais são as simetrias?

Se $c > 0$, o plano $z = k$ corta a superfície segundo a elipse

$$\frac{x^2}{cka^2} + \frac{y^2}{ckb^2} = 1, \quad z = k \quad (\text{se } k > 0)$$



Se $k < 0$ o plano $z = k$ não intersecta a superfície.

Logo, se $c > 0$ a superfície está inteiramente contida na região $z \geq 0$.

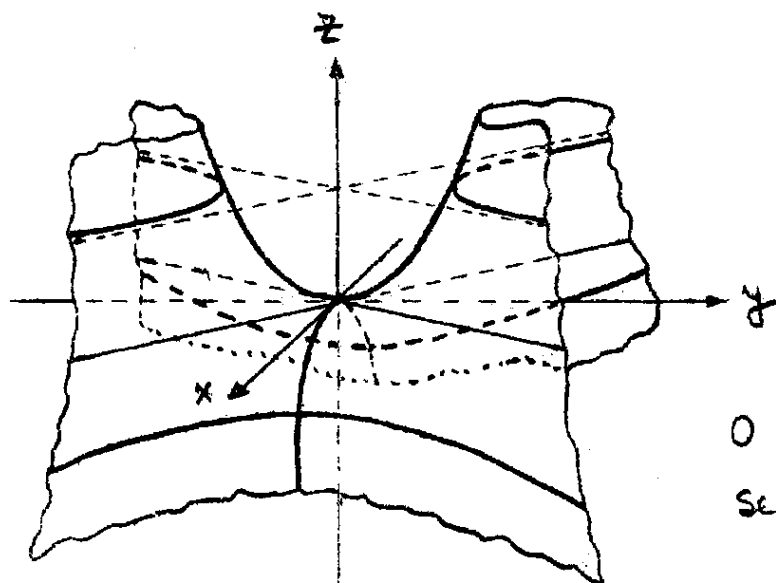
Um plano de equação $x = p$ ou $y = q$

intersecta a superfície segundo uma parábola. Em particular, se estes planos são os planos xz e yz temos as parábolas:

$$x^2 = ca^2z, \quad y = 0; \quad y^2 = cb^2z, \quad x = 0.$$

Se $a = b$ temos um parabolóide de revolução.

O PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO



Equações:

$$-\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = cz$$

$$a, b > 0, c \neq 0.$$

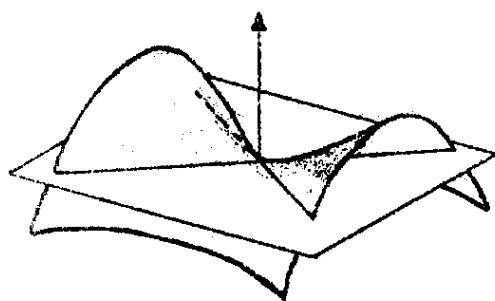
Quais são as simetrias.

O plano xz corta a superfície segundo a parábola:

$$x^2 = -ca^2z, \quad y = 0$$

Discutir os casos $c > 0$ e $c < 0$.

O mesmo ocorre com um plano de equação $y = p$ ou $x = q$



Se $k \neq 0$, o plano $z = k$ intersecta a superfície segundo a hipérbole:

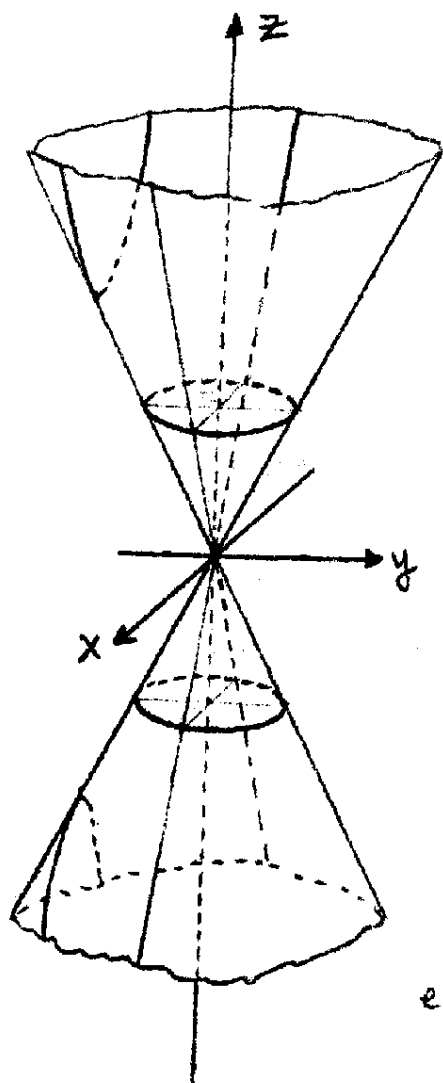
$$-\frac{x^2}{a^2ck} + \frac{y^2}{b^2ck} = 1, \quad z = k$$

Se $k > 0$, o eixo focal da hipérbole é paralelo ao eixo dos y

Se $k < 0$, o eixo focal da hipérbole é paralelo ao eixo dos x

Se $k = 0$, temos o plano xy , que corta a superfície segundo as retas $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 0, \quad z = 0.$

O CONE QUÁDRICO



Equações: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = z^2$

$a, b > 0.$

Quais são as simetrias?

Se $k \neq 0$, o plano $z = k$ corta a superfície segundo a elipse:

$$\frac{x^2}{a^2 k^2} + \frac{y^2}{b^2 k^2} = 1, \quad z = k$$

Se $k = 0$, a interseção é a origem e este ponto é o vértice do cone.

Um plano de equações $x = p$ ou $y = q$ corta a superfície segundo uma hipérbole se $p \neq 0$, $q \neq 0$.

Os planos xz e yz cortam a superfície segundo os pares de retas:

$$x = \pm az, \quad y = 0 \quad ; \quad y = \pm bz, \quad x = 0$$

Se $a = b$, temos um cone de revolução e nesse caso a reta $\begin{cases} x = az \\ y = 0 \end{cases}$ é uma geratriz do cone.