

1ª Definir:

- A) Função de ordem exponencial em $[0, +\infty)$
- B) Transformada de Laplace de uma função $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$.
- C) Função contínua por partes.

2ª) Calcule a transformada de Laplace das seguintes funções:

A) $f(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } t \leq 1 \\ t^2 - 2t + 1 & \text{se } t \geq 1 \end{cases}$

B) $t^2 e^t \cos t$

3ª) Determine a transformada de Laplace inversa das funções:

A) $\frac{3s^2}{(s^2+1)^2}$

B) $\frac{e^{-2s}}{s^2+s-2}$

4ª) Mostre que se $f: [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ é contínua por partes e de ordem exponencial, então $\lim_{s \rightarrow \infty} s \mathcal{L}\{f(t)\} = 0$. Use este resultado para mostrar que se f e f' são contínuas de ordem exponencial em $(0, +\infty)$ então $\lim_{s \rightarrow \infty} s \mathcal{L}\{f(t)\} = f(0)$

5ª) Resolva o seguinte problema de valor inicial.

$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) + \int_0^t y(x) dx = u_2(t) \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

FÓRMULAS: $\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}, s > 0$

$\mathcal{L}\{u_c(t)\} = \frac{e^{-cs}}{s}, s > 0$

$\mathcal{L}\left\{\int_0^t f(x) dx\right\} = \frac{1}{s} \mathcal{L}\{f(t)\} - \frac{1}{s} \int_0^a f(x) dx$

$\mathcal{L}\{u_c(t) f(t-c)\} = e^{-cs} \mathcal{L}\{f(t)\}$

$\mathcal{L}\{e^{ct} f(t)\} = F(s-c), s > a+c$ onde $F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$

$\mathcal{L}\{t^n f(t)\} = (-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$