

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAIBA -- DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA - C.C.EN.
INTRODUÇÃO À ÁLGEBRA - 1ª VERIFICAÇÃO - PERÍODO 84.2 - 27/11/84

1º) Definir convenientemente os seguintes conceitos:

- A) Operação sobre um conjunto $E \neq \emptyset$.
- B) Elemento neutro à esquerda para uma operação "*" definida sobre um conjunto E .
- C) Elemento regular à direita para uma operação "*" definida sobre um conjunto E .
- D) Grupo.

2º) Seja E um conjunto no qual esteja definida uma operação "*".

Prove que $a \in E$ é regular à ^{direita} esquerda se e somente se a aplicação $f: E \rightarrow E$ definida por $f(x) = x * a, \forall x \in E$, é injetora.

3º) Mostre que se H_1 e H_2 são subgrupos de um grupo G , então $H_1 \cap H_2$ é também subgrupo de G .

4º) Seja $\mathbb{Z}_6^* = \mathbb{Z}_6 - \{0\}$.

A) Construa a tabela da multiplicação em $\mathbb{Z}_6$.

B) A multiplicação forma, em $\mathbb{Z}_6^*$, uma estrutura de grupo? Justifique.

5º) Seja $S(E)$ o grupo das permutações sobre $E = \{1, 2, 3\}$, definidas

por $f_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $f_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, $f_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $f_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$,

$f_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $f_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Determine $h \in S(E)$ tal que $f_2 \circ h \circ f_3 = f_5$.

6º) Seja $(G, \cdot)$ um grupo e $a \in G$. Provar que $N(a) = \{x \in G \mid xa = ax\}$ é um subgrupo de G .

SUGESTÃO: Mostre, inicialmente, que se $y \in N(a)$ então $y^{-1} \in N(a)$.