

1) Introdução aos vetores

1.1) Vetores

Def - Um vetor $\vec{v}$ de ordem n é uma lista ordenada de n escalares denotada em forma de linha $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$. O termo escalar é usado com o significado de $\mathbb{R}$ real. Admitimos que o leitor esteja familiarizado com as propriedades elementares do conjunto dos $\mathbb{R}$ reais o qual indicaremos por $\mathbb{R}$. Os escalares $v_1, v_2, \dots, v_n$ são chamados de coordenadas ou componentes do vetor $\vec{v}$. Se todas as componentes de um vetor são zero, temos o vetor zero ou vetor nulo, indicado por $\vec{0} = (0, 0, \dots, 0)$.

Indicaremos o conjunto de todos os vetores de ordem n por $\mathbb{R}^n = \{ \vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n), v_i \in \mathbb{R}, i = 1, 2, \dots, n \}$.

Obs: Note que um escalar pode ser interpretado como um vetor de ordem 1.

Def - Dois vetores $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são ditos iguais quando têm a mesma ordem e suas coordenadas correspondentes são iguais.

Ex - Dados $\vec{u} = (2, -3, 5)$ e $\vec{v} = (2, x, 5)$, temos $\vec{u} = \vec{v}$ quando $x = -3$ e $\vec{u} \neq \vec{v}$ quando $x \neq -3$.

1.2) Adição de vetores

Def - Dois vetores $\vec{u} = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ e $\vec{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ de $\mathbb{R}^n$ podem ser somados. A soma de $\vec{u}$ e $\vec{v}$, indicada por $\vec{u} + \vec{v}$, é o vetor obtido adicionando, ordenadamente, as componentes de $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

$$\vec{u} + \vec{v} = (u_1 + v_1, u_2 + v_2, \dots, u_n + v_n)$$

Ex - Dados $\vec{u} = (2, 1, 0, 3)$, $\vec{v} = (0, -1, 2, -1)$ e $\vec{w} = (1, 5, 3)$ temos:

$\vec{u} + \vec{v} = (2, 0, 2, 2)$, enquanto que $\vec{u} + \vec{w}$ e $\vec{v} + \vec{w}$ não estão definidas.

REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA

Os vetores de ordem n admitem inúmeras aplicações e serão considerados com frequência nos próximos capítulos. Daremos nesta seção uma atenção especial aos vetores de ordem 2 e 3.

Fixemos, no espaço tridimensional E_3 , um sistema de coordenadas cartesianas (retangulares) com origem $O(0,0,0)$. Consideremos agora o conjunto $\mathbb{R}^3$ de todos os vetores de ordem 3.

Podemos associar a cada vetor $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$ o ponto $P(x_1, x_2, x_3)$ e, reciprocamente, ao ponto $P(x_1, x_2, x_3)$ podemos associar o vetor $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$. Obtemos assim uma correspondência biunívoca entre o conjunto E_3 dos pontos do espaço e o conjunto $\mathbb{R}^3$ dos vetores de ordem 3. $P(x_1, x_2, x_3) \leftrightarrow \vec{x} = (x_1, x_2, x_3)$

Todo par de pontos $P(x_1, x_2, x_3)$ e $Q(y_1, y_2, y_3)$ define um segmento de reta orientado com origem em P e extremidade em Q , escrito $\vec{PQ}$, o qual tem comprimento, direção e sentido.

Identificamos o segmento orientado $\vec{PQ}$ com o vetor $\vec{v} = Q - P = (y_1 - x_1, y_2 - x_2, y_3 - x_3)$. Dizemos que $\vec{PQ}$ é um representante do vetor $\vec{v}$.

O vetor $\vec{v}$ depende somente das diferenças das coordenadas de Q e P . Daí, é claro que se o segmento de reta orientado $\vec{PQ}$ é movido no espaço sem troca de direção, sentido e comprimento, obtemos um novo segmento orientado $\vec{P'Q'}$ o qual representa o mesmo vetor que $\vec{PQ}$ representa.

