

## 2ª Verificação - Tópicos de geom. Diferencial - 21/5/25.

- ① Se  $v$  e  $w$  são vetores LI tangentes em  $p \in M \subset E^3$  mostre que
- $$S(v) \times w + v \times S(w) = 2H(p) v \times w$$

- ② Definindo  $K(p) = \det(dN_p)$  e  $H_p = \frac{1}{2} \text{tr}(dN_p)$  justifique porque a menor curvatura principal  $k_1$  é dada por

$$k_1 = -H - \sqrt{H^2 - K}$$

Conclua que  $k_1: M \rightarrow \mathbb{R}$  é contínua e que  $k_1$  é  $C^\infty$  em  $M - \{\text{umbilicos}\}$ .

- ③ Se  $N$  é normal não nula em  $M$  e  $X \in T_p M$  com  $[X, N, \nabla_X N] = 0$  então  $X$  é principal.

- ④ Seja  $A: S^2 \rightarrow S^2$  a apl. antípoda de  $S^2$   
(a) Mostre que  $A_*(v_p) = (-v)_{-p}$

(b) Defina uma aplicação semelhante à aplicação normal de Gauss para uma superfície não orientável do  $E^3$ .

- ⑤ Encontre todos os pontos umbilicos, se houver, do parabolóide hiperbólico
- $$x(u, v) = (u, v, v^2 - u^2)$$

Sug: A recíproca do probl ③ é trivial. Esta condição, junto com a condição de tangência  $\langle X, N \rangle = 0$  dá um sistema indeterminado (porquê?) num ponto umbilico.