

① Certo ou errado?

- 1.1. Um corpo ordenado tem característica zero;
1.2. Um corpo com característica zero é ordenável.
Justifique as respostas.

② Baseado na desigualdade

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

mostrar que

$$|a + b| \geq ||a| - |b||$$

③ Defina:

3.1 - Supremo de um subconjunto (não vazio) de um corpo ordenado.

3.2 - Corpo ordenado completo

Dê as definições com Todos os detalhes.

④ Dados 2 subconjuntos $A \subset \mathbb{R}$, $B \subset \mathbb{R}$, limitados inferiormente e não vazios, defina

$$C = \{x + y ; x \in A, y \in B\}$$

mostre que $\exists \inf C$ e que

$$\inf C = \inf A + \inf B$$

⑤ Prove que $\sqrt{3}$ não é um número racional.

⑥ Dados $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots\}$

$$Y = \{y_1, y_2, y_3, \dots\}$$

$$Z = \{z_1, z_2, z_3, \dots\} \quad (\text{conjuntos limitados enumeráveis de números reais}), \text{ mostre que}$$

$$\sup \{|x_i - y_i| ; i \in \mathbb{N}\} \leq \sup \{|x_i - z_i| ; i \in \mathbb{N}\} + \sup \{|z_i - y_i| ; i \in \mathbb{N}\}$$