

20/4/1971.

1. Chama-se $p \in M$ de "ponto fronteira" de A ($A \subset M$) se ~~se~~ $\forall \epsilon > 0$ tem-se
 $\underline{B(p, \epsilon) \cap A \neq \emptyset}$ e $\underline{B(p, \epsilon) \cap [A \neq \emptyset]}$.

Demonstrar que a fronteira de A (isto é, o conjunto dos pontos fronteira de A) é dada por

$$fr(A) = \overline{A} \cap \overline{A^c}$$

2. Qual a relação entre $\overline{A}$ e $\overline{A^c}$?

3. É dado o conjunto

$$A = [-1, 0) \cup \left\{ \frac{1}{n} ; n \in \mathbb{N} \right\} \cup \{2\} \cup ((3, 4] \cap \mathbb{Q})$$

- a) Ache o conjunto dos pontos de acumulação de A
 b) " " " dos " aderentes de A
 c) " o fecho de A
 d) Usando o resultado do problema 1., ache a fronteira de A .

4. Demonstre que se uma sucessão decrescente de reais é limitada inferiormente, então ela é convergente.

5. Definir sucessão de Cauchy e mostrar que toda sucessão convergente é de Cauchy. Definir espaços métricos completos. Uma sucessão de reais convergente será de Cauchy? E a recíproca?