

ÁLGEBRA I - 1ª Verificação - 03-10-1975.

1. Certo ou errado? Dê justificativas curtas:

- ☐ 1.1 - Existe um grupo cujos coeficientes de Torsão são 2, 8 e 12
- ☐ 1.2 - O subgrupo de $\mathbb{Z}_{12}$ gerado por $\{2, 3\}$ é próprio
- ☐ 1.3 - O subgrupo de $\mathbb{Z}_{12}$ gerado por $\{6, 8\}$ é próprio.
- ☐ 1.4 - Um grupo de ordem 12 não pode ter 6 subgrupos de ordem 4.
- ☐ 1.5 - Um grupo de ordem 12 não pode ter 4 subgrupos de ordem 3.
- ☐ 1.6 - Todo p-grupo tem centro com mais de um elemento.
- ☐ 1.7 - O grupo D_n é não abeliano $\Leftrightarrow n \geq 3$
- ☐ 1.8 - Um grupo finitamente gerado com subgrupos de torsão não trivial será finito

2(a)-Escreva como produto de grupos cíclicos, com ordem potência de um primo, um grupo (abeliano) cujos coeficientes de torsão são 8, 72 e 360

(b) Ache todos os grupos abelianos de mesma ordem que o grupo anterior.

(c) Ache os coeficientes de Torsão do grupo $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_5 \times \mathbb{Z}_8 \times \mathbb{Z}_9$

3. Mostre:

3.1 - Todo grupo de ordem p^2 é abeliano ($p = \text{primo}$)

3.2 - O subgrupo de torsão de um grupo abeliano finitamente gerado é finito. Defina os termos envolvidos.

(Sugestão: Use que um subgrupo de um grupo finitamente gerado é também finitamente gerado)

3.3(a) Não existe um grupo G de ordem 12 com 4 subgrupos de ordem 3 e 3 subgrupos de ordem 4.

(Sugestão: Argumentos de contagem).

(b) Conclua que G não é simples.

Duração: 2 horas.



... É o mundo vai ver uma flor
 Brotar do impossível chão " ♪ ♪

1.1 a 1.8	→ peso 0,5 cada
2(a), (b) e (c)	→ peso 0,5 cada
3.1 e 3.2	→ peso 1,5 "
3.3 (a)	1,0
	0,5

(Francisco Buarque de Holanda).