

Algebra I - 4ª Verificação - 12/12/75

1. Certo ou Errado? Justifique

- 0,5 a - Toda extensão algébrica é finita
- 0,5 b - Toda extensão finita é algébrica.
- 0,5 c - Se $\alpha \in F$ é algébrico / F então todo $x \in F(\alpha)$ será também algébrico / F
- 0,5 d - Seja $p(x) \in F[x]$ irredutível. Um polinômio ^{não constante} qualquer $q(x) \in F[x]$ é elemento transcendente em alguma extensão de F
- 0,5 e - Se $\alpha \in \mathbb{R}$ é zero de um polinômio irredutível ^{em $\mathbb{Q}[x]$} de grau $14 = 2 \times 7$ então α não é construtível (a régua e compasso)
- 0,5 f - Um elemento $\alpha \in \mathbb{R}$ de grau 2^n sobre $\mathbb{Q}[x]$ é construtível

2 - Mostre, em todos os detalhes que

$$\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}) = \mathbb{Q}(\sqrt{2} + \sqrt{3})$$

3 - ^{Enuncie e)} Demonstre o Teorema de Kronecker, sobre a existência de zeros de um polinômio sobre um corpo.

4 - Defina polinômio irredutível ^{sobre F} de $\alpha \in E \supset F$ e mostre sua existência e unicidade para elementos algébricos.

5 - Um ângulo de 30° pode ser trisectado (a régua e compasso)? Mostre diretamente.

6 - $\mathbb{Z}_3[x] / \langle x^2 + 2x + 2 \rangle$ é extensão de $\mathbb{Z}_3$? Construa sua tabela de multiplicação.

(Total pontos)