

UFPB - CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Primeira Prova de Introdução à Análise Real - Período 95.2

Prof. Aldo Maciel - 04/11/96

Aluno(a): _____ Mat.: _____

1. Seja (x_n) uma sequência convergente para o limite a . Mostre que $(|x_n|)$ converge para $|a|$. Dê um contra-exemplo mostrando que a recíproca é falsa, a menos que $a = 0$.
2. Para cada $n \in \mathbb{N}$, seja $0 < t_n < 1$. Se $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = a$, prove que $\lim_{n \rightarrow \infty} [t_n x_n + (1 - t_n) y_n] = a$.
3. Defina sequência de Cauchy e mostre que toda sequência convergente é uma sequência de Cauchy.
4. Seja $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ uma série convergente. Mostre que para todo $\varepsilon > 0$ existe $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $|\sum_{n=m}^{\infty} a_n| < \varepsilon$ para todo $m \geq n_0$.
5. Enuncie e demonstre o Teorema de Leibnitz para séries alternadas.