

UFPB-CCEN-DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Álgebra Linear -98.1 (Prof. Aldo Maciel)

TESTE SURPRESA - DATA: 23/03/98

QUESTÃO 1: Seja V um espaço vetorial. Mostre que em V vale a *lei do corte*, isto é, $w + u = w + v \Rightarrow u = v$. Em particular, $w + u = w \Rightarrow u = 0$

QUESTÃO 2: Utilize o resultado da questão anterior (e as propriedades satisfeitas pelas operações de soma e multiplicação por escalar) para provar os seguintes fatos em um espaço vetorial real:

- i) Dados $0 \in \mathbb{R}$ e $v \in V$ tem-se que $0.v = 0$.
- ii) Dados $\alpha \in \mathbb{R}$ e $0 \in V$ tem-se que $\alpha.0 = 0$.

Mostre também que em um espaço vetorial V as seguintes afirmações são verdadeiras:

- i) O vetor nulo é único.
- ii) Cada vetor de V possui um único simétrico.

QUESTÃO 3: Uma matriz quadrada $A = [a_{ij}]$ chama-se *simétrica* (respect. *anti-simétrica*) quando $a_{ij} = a_{ji}$ (respect. $a_{ij} = -a_{ji}$) para todo i e todo j . Prove que o conjunto $\mathcal{S}$ de todas as matrizes *simétricas* e o conjunto $\mathcal{A}$ das matrizes *anti-simétricas* são subspaços do espaço vetorial das matrizes quadradas $\mathcal{M}(n \times n)$. Prove também que $\mathcal{M}(n \times n) = \mathcal{S} \oplus \mathcal{A}$

QUESTÃO 4: Mostre que os vetores $u = (1, 1, 1)$, $v = (1, 2, 3)$, e $w = (1, 4, 9)$ formam uma base de $\mathbb{R}^3$. Exprima cada um dos vetores e_1 , e_2 e e_3 da base canônica de $\mathbb{R}^3$ como combinação linear de u , v e w .

QUESTÃO 5: Assinale V(verdadeiro) ou F(falso) quanto à validade da afirmação: "A união de dois conjuntos L.I. do espaço vetorial E é ainda L.I.". Justifique suas respostas.

- () Sempre;
- () Nunca;
- () Quando um deles é disjunto do outro;
- () Quando um deles é parte do outro;
- () Quando um deles é disjunto do subspaço gerado pelo outro;
- () Quando o número de elementos de um deles mais o número de elementos do outro é igual à dimensão de E .

(OBS: Pode consultar o livro, suas anotações e seu colega. Só não pode consultar o professor.)