

ESPAÇOS MÉTRICOS - 1ª Prova - 0-7.10.91

1. Defina:
 - a) espaço métrico;
 - b) funções contínuas;
 - c) métrica mais fina do que outra; métricas equivalentes;
 - d) conjuntos densos.
2. Seja $X \subset M$, onde M é um espaço métrico. Prove:
 - a) X é aberto $\Leftrightarrow X \cap \partial X = \emptyset$;
 - b) X é fechado $\Leftrightarrow X \supset \partial X$.
3. Seja M um espaço métrico e $X \subset M$. Mostre que
$$\overline{X} = \{x \in M; d(x, X) = 0\}.$$

Conclua que se X é fechado e $a \in M$ mas $a \notin X$, então $d(a, X) > 0$.
4. Seja $X \subset M$, onde M é um espaço métrico. Prove:
 X é denso em M se, e somente se, $M - X$ tem interior vazio.
5. Seja $E \neq \emptyset$ um espaço vetorial normado. Mostre que nenhum ponto de E é isolado.
6. Seja F um espaço vetorial normado. Mostre que Toda transformação linear $T: \mathbb{R}^n \rightarrow F$ é contínua.