

INTRODUÇÃO À ANÁLISE REAL

1ª Verificação - 24/01/81

Obs.: Resolva 5 questões.

1. Decida sobre a convergência absoluta, condicional ou divergência das séries abaixo:

(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ (b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-2)^n}{n!}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2+n} - n)$

2. Seja (a_n) , tal que existe $0 < \kappa < 1$ satisfazendo $|a_n| \leq \kappa^n$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

(a) Mostre que $\lim a_n = 0$;

(b) Mostre que $\sum a_n$ converge absolutamente.

3. Mostre que $\lim \frac{n!}{n^n} = 0$.

4. Enuncie o Teorema de Bolzano - Weierstrass.

5. Seja $A \subset \mathbb{R}$, não-vazio, limitado superiormente. Seja $\kappa > 0$ e considere o conjunto $\kappa A = \{\kappa a; a \in A\}$. Prove que o conjunto κA é limitado superiormente e $\sup(\kappa A) = \kappa \sup A$.

6. Sejam $A, B \subset \mathbb{R}$, não-vazios, limitados superiormente. Considere o conjunto $A+B = \{a+b; a \in A, b \in B\}$. Prove que $A+B$ é limitado superiormente e que $\sup(A+B) = \sup A + \sup B$.