

INTRODUÇÃO À ANÁLISE REAL

2ª VERIFICAÇÃO - 30/01/81

1. Enuncie o Teorema do Valor Intermediário.

2. A seguinte proposição é verdadeira ou falsa?

"Seja $f: I \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua. Se (x_n) é uma sequência de Cauchy contida em I , então $(f(x_n))$ também é uma sequência de Cauchy".

Justifique sua resposta.

3. É verdade que f^2 contínua implica f contínua?

Justifique sua resposta.

4. Sejam $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ funções contínuas tais que $f(a) < g(a)$ e $f(b) > g(b)$. Prove que existe $x_0 \in (a, b)$ tal que $f(x_0) = g(x_0)$.

5. Sejam $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ funções contínuas tais que $f(x) = g(x)$ para todo x racional em $[a, b]$. Prove que $f = g$.

6. Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = x$ quando x é racional e $f(x) = 1-x$ quando x é irracional.

Prove que

(a) f é uma bijeção,

(b) f é descontínua em todo ponto $x \neq 1/2$,

(c) f é contínua no ponto $1/2$.

Obs.: Resolva 5 questões.