

1. Considere a hélice $\alpha(s) = (a \cos \frac{s}{c}, a \sin \frac{s}{c}, b \frac{s}{c})$, $s \in \mathbb{R}$,

onde $c^2 = a^2 + b^2$.

(a) Mostre que o parâmetro s é o comprimento de arco.

(b) Determine a curvatura e a torção de α .

(c) Determine o plano osculador de α .

(d) Mostre que as retas contendo $\alpha(s)$ e passando por $\alpha(s)$ encontram o eixo oz segundo um ângulo constante de $\pi/2$.

(e) Mostre que as retas tangentes a α fazem um ângulo constante com o eixo oz .

2. Encontre a função mais geral $f(t)$ de modo que

$$\alpha(t) = (a \cos t, a \sin t, f(t))$$

seja uma curva plana.

3. Seja $\alpha: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}^2$ uma curva parametrizada regular. Suponha que existe $t_0 \in (a, b)$ tal que a distância $|\alpha(t)|$, da origem ao traço de α , seja máxima em t_0 .

(a) Prove que $\alpha(t_0)$ é ortogonal a $\alpha'(t_0)$.

(b) Prove que a curvatura κ de α em t_0 satisfaz

$$|\kappa(t_0)| \geq \frac{1}{|\alpha(t_0)|}.$$