

CÓDIGO DE IDENTIFICAÇÃO DO CANDIDATO:

GEOMETRIA DIFERENCIAL

Prova do Processo Seletivo PPGMat-UFPB 2025.2

1. Seja $\alpha(t) = (a\cos(t/c), a\sin(t/c), bt/c)$, $t \in \mathbb{R}$ e $c^2 = a^2 + b^2$.
 - (a) (1,0) Mostre que α está parametrizada pelo comprimento de arco.
 - (b) (1,0) Determine a curvatura de α .
 - (c) (1,0) Determine a torção da curva.
2.
 - (i) (1,0) Mostre que um ponto $p \in S$ é umbílico se e somente se $H^2(p) = K(p)$.
 - (ii) (1,0) Mostre que as únicas superfícies conexas totalmente umbílicas são parte de uma esfera e ou de plano.
3. Calcule as curvaturas principais das seguintes superfícies:
 - (i) (1,0) Esfera
 - (iii) (1,0) Cilindro

4. Responda:

- (i) (1,0) Dada uma superfície compacta orientável S homeomorfa a esfera, mostre que

$$\int_S H^2 dA \geq 4\pi.$$

Além disso, a igualdade é válida se e só se S é uma esfera.

- (ii) (0,5) Seja T um triângulo geodésico em uma superfície S . Mostre que

$$\int_T K dA + \pi = \sum_{i=1}^3 \varphi_i,$$

onde φ_i são os ângulos internos de T .

5. Assinale certo ou errado nas afirmações abaixo justificando sua resposta.

- (i) (0,5) Existem superfícies mínimas fechadas em $\mathbb{R}^3$.
- (ii) (0,5) Em uma superfície de rotação, todos os paralelos são geodésicas.
- (iii) (0,5) Se S não é homeomorfa a uma esfera, então S possui pontos elípticos, hiperbólicos e parabólicos.