

Usando o Winplot, da Escola à Universidade
(em desenvolvimento)

Sérgio de Albuquerque Souza

31 de dezembro de 2004

Sumário

1	O Winplot	5
1.1	Onde conseguir o Winplot	6
1.2	Instalando o Winplot	6
1.2.1	Janela	7
1.2.2	Ajuda	8
1.3	Operações e Funções definidas do Winplot	8
1.3.1	As operações básicas	9
1.3.2	As constantes	9
1.3.3	As funções básicas	9
1.3.4	Funções trigonométricas e suas inversas	9
1.3.5	Funções hiperbólicas e suas inversas	10
1.3.6	Funções não tão elementares	10
1.3.7	Função definida por várias sentenças	11
1.3.8	Observações gerais	11
2	Gráficos em 2D	12
2.1	Arquivo	12
2.1.1	Abrir (Ctrl+A)	12
2.1.2	Novo (Ctrl+N)	13
2.1.3	Salvar (Ctrl+S)	13
2.1.4	Salvar como (Ctrl+Shift+S)	13
2.1.5	Imprimir (Ctrl+P)	13
2.1.6	Formatar (Ctrl+P)	13
2.1.7	Selecionar Impressora	14
2.1.8	Copiar	15
2.1.9	Tamanho de Imagem...	15
2.1.10	Copiar bitmap	15
2.1.11	Senha	15
2.1.12	Autor	16
2.1.13	Ajuda	16
2.2	Equação	17
2.2.1	Explícitas (F1)	17
2.2.2	Paramétricas (F2)	19
2.2.3	Implícitas (F3)	21
2.2.4	Polares (F4)	21
2.2.5	Ponto	23
2.2.6	Segmentos	26
2.2.7	Reta	27
2.2.8	Recursiva	29
2.2.9	Diferencial	30

2.2.10	Polinomial	31
2.2.11	Desigualdades explícitas	32
2.2.12	Desigualdades explícitas	34
2.2.13	Inventário [Ctrl+I]	35
2.2.14	Definir função	38
2.2.15	Animação	38
2.3	Ver	39
2.3.1	Grade <i>Ctrl+G</i>	39
2.4	Bnts = Botões	40
2.5	Um	40
2.5.1	Seqüência...	40
2.5.2	Trajectoria dy/dx	40
2.5.3	Trajectoria dy/dt	40
2.6	Dois	40
2.7	Anim = Animação	41
2.8	Misc = Miscelâneo	41

Lista de Figuras

1.1	Instalando o Winplot	7
1.2	Janela Principal	7
1.3	Opção Janela	7
1.4	Opção Ajuda	8
1.5	Sobre o Winplot	8
2.1	Janela principal no ambiente 2D	12
2.2	Menu Arquivo	13
2.3	Formatar a impressão	14
2.4	Configurar a impressão	14
2.5	Tamanho da imagem	15
2.6	Copiar como bitmap	15
2.7	Alteração da senha e do autor	16
2.8	Informações do autor	16
2.9	Menu Equação	17
2.10	Definindo uma função explícita	17
2.11	Definição da cor	18
2.12	Exemplo do gráfico da função $f(x) = x^2 - 2$	19
2.13	Definindo uma função parametricamente	20
2.14	Exemplo do gráfico da curva $(3\cos(3t), 3\sin(4t))$	20
2.15	Definindo uma função implicitamente	21
2.16	Exemplo do gráfico da elipse	22
2.17	Definindo uma função polar	22
2.18	Exemplo do gráfico da curva polar	23
2.19	Definindo um ponto em coordenadas cartesianas	23
2.20	Definindo um ponto em coordenadas polares	24
2.21	Definindo ponto(s) a partir de uma lista	25
2.22	Exemplo de pontos no plano	26
2.23	Definindo um segmento em coordenadas cartesianas	27
2.24	Definindo um segmento em coordenadas polares	27
2.25	Exemplo de segmentos no plano	28
2.26	Definindo uma reta	28
2.27	Exemplo de retas no plano	29
2.28	Definindo pontos recursivamente	29
2.29	Definindo um campo de direções para dy/dx	30
2.30	Definindo um campo de direções para dx/dt e dy/dt	31
2.31	Janela de edição do polinômio	32
2.32	Atributos de um polinômio	32
2.33	Coefficientes de um polinômio	33
2.34	Um ponto (polinomial)	33

2.35	Definindo regiões sombreadas	34
2.36	Exemplo sombreamento no plano (explícita)	35
2.37	Definindo regiões sombreadas (implícitas)	36
2.38	Exemplo sombreamento no plano (implícita)	37
2.39	Janela do Inventário	37
2.40	Janela do Inventário (duplicar)	38
2.41	Janela da tabela do inventário	38
2.42	Janela modificando o parâmetro da tabela	39
2.43	Definindo família de curvas	39
2.44	Exemplo de família de curvas	40
2.45	Exemplo da derivada de uma curva	41
2.46	Definindo as propriedades do diagrama	41
2.47	Exemplo da derivada de uma curva	42

O Winplot

O objetivo desse texto é introduzir os conceitos e as ferramentas básicas do programa **Winplot**, que é um excelente ferramenta computacional, extremamente eficiente, para fazer gráficos de duas dimensões (**2D**) e em três dimensões (**3D**) de maneira bastante simples e, diria até, intuitivo.

Além da explicação dos elementos contidos no Winplot com exemplos existem também exercícios propostos nos níveis básico, médio e alto cabendo ao leitor a tentativa de executá-lo e logicamente entendê-los.

A utilização desse software é motivado por cinco *pequenos* motivos:

É gratuito! - Foi desenvolvido pelo Professor *Richard Parris "Rick"*¹, da Philips Exeter Academy, por volta de 1985. Escrito em *C*, chamava-se PLOT e rodava no antigo *DOS*. Com o lançamento do Windows 3.1, o programa foi renomeado para "Winplot". A versão para o Windows 98 surgiu em 2001 e foi escrita na linguagem de programação *C++*.

É de simples utilização - pois os menus, são bastante amigáveis, existe a opção de "ajuda" (ver 1.4) em todas partes do programa e aceita as funções matemáticas de modo natural.

Exemplo 1.1 Para escrever $\frac{2x\cos(\pi)}{5} = \text{dobro do valor } x \text{ multiplicado pelo cosseno de } \pi \text{ dividido por } 5$, basta digitar $2x\cos(\text{Pi})/5$.

É muito pequeno e portátil - se comparado aos programas existentes hoje em dia, pois menos de 600Kb, cabe em um disquete e roda em sistemas *Windows 95/98/ME/2K/XP*. Existe uma pretensão de colocá-lo também nos sistemas GNU-Linux, mas roda com o *Wine* no Linux.

É sempre atualizado - por exemplo a última versão foi atualizada (compilada), até a edição deste material, em 06 de dezembro de 2004.

Está também em português - onde o trabalho de tradução resultou da iniciativa e empenho de Professor *Adelmo Ribeiro de Jesus*² e com a participação nas versões mais recentes do Professor *Carlos César de Araújo*³.

¹rparris@exeter.edu

²adelmo.jesus@unifacs.br

³cca@gregosetroianos.mat.br

1.1 Onde conseguir o Winplot

A página oficial do Winplot, bem como de toda a família (de programas) do projeto **Peanut Software** são:

Peanut Software Homepage (<http://math.exeter.edu/rparris/>): página principal.

Winplot (<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>).

Wingeon (<http://math.exeter.edu/rparris/winggeom.html>): é para construções geométricas em duas e três dimensões. Os desenhos podem ser destacados e animados em uma variedade das maneiras.

Winstats (<http://math.exeter.edu/rparris/winstats.html>): tratamento gráfico para dados estatísticos.

Winarc (<http://math.exeter.edu/rparris/winarc.html>): programa com alguns jogos matemáticos.

Winfeed (<http://math.exeter.edu/rparris/winfeed.html>): programa para gerar fractais.

Windisc (<http://math.exeter.edu/rparris/windisc.html>): programa para matemática discreta, aproximações.

Winlab (<http://math.exeter.edu/rparris/winlab.html>): inclui atualmente oito sub-programas: seções cônicas, polígonos da estrela, uma utilitário para encontrar raízes de funções elementares, visualização 2D, gráficos funcionais aleatórios para que os estudantes à identifiquem.

Winmat (<http://math.exeter.edu/rparris/winmat.html>): permite que o usuário calcule e edite matrizes, e resolvem problemas lineares padrão da álgebra.

Wincalc (<http://math.exeter.edu/rparris/wincalc.html>): calculadora de alta precisão do inteiro, para números com milhares de dígitos.

Existe também uma excelente página, mantida pelo Professor *Carlos César de Araújo*, onde se encontram vários arquivos e textos relacionados com assuntos matemáticos: <http://www.gregosetroianos.mat.br/>

1.2 Instalando o Winplot

Após baixar o programa *wppr32z.exe*⁴ da internet, basta salvá-lo em um diretório qualquer e a partir do gerenciador de arquivos, dar um duplo clique no referido arquivo, começando o processo de descompactação do arquivo. Escolha um diretório, caso não queira o padrão `c:\peanut` e clique no botão **Unzip** (figura 1.1).

Note que o resultado final dessa operação será apenas um único arquivo **wplotpr.exe**, com aproximadamente 1,30 Mb de tamanho, no diretório escolhido anteriormente.

Para facilitar futuros acessos ao programa, deve-se criar *links* do Winplot, na área de trabalho do computador, por exemplo, bastando para tanto, que a partir do gerenciador de arquivos, se dê um clique com o botão do lado direito do *mouse* e arraste até a área de trabalho do seu Windows. Pronto o *link* já está criado e pronto pra ser usado. Para começar a utilizar o Winplot basta clicar no *link*, ou no programa, duas vezes, aparecendo na tela a figura 1.2.

⁴<http://math.exeter.edu/rparris/peanut/wppr32z.exe>

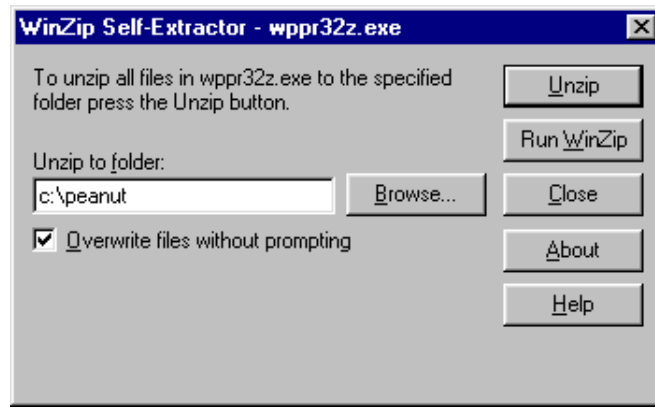


Figura 1.1: Instalando o Winplot

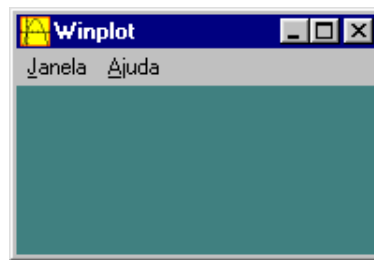


Figura 1.2: Janela Principal

1.2.1 Janela

Na opção *Janela* do Winplot existem sete opções (figura 1.3):



Figura 1.3: Opção Janela

- **2-dim F2** = Abrirá uma nova janela para gráficos de duas dimensões (2D).
- **3-dim F3** = Abrirá uma nova janela para gráficos de três dimensões (3D).
- **Adivinhar** = Abrirá uma nova janela com uma espécie de jogo, onde o aluno (usuário) deve tentar descobrir quais são os coeficientes a , b e c da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ para coincidir com o gráfico apresentado.
- **Mapeador** = Basicamente funciona como uma transformação $T(x, y) = (u(x, y), v(x, y))$ de \mathbb{R}^2 em \mathbb{R}^2 , onde são pedidas as funções $u(x, y)$ e $v(x, y)$.
- **Abrir última** = Se esta opção estiver marcada, assim que o Winplot for aberto novamente, ele automaticamente abrirá o último arquivo utilizado.

- Usar padrão = Usar as configurações padrões do Winplot.

1.2.2 Ajuda

Na opção *Ajuda* do Winplot existem duas opções:



Figura 1.4: Opção Ajuda

- **Ajuda...** = Abrirá uma nova janela contendo um texto de ajuda, com observações mais gerais do Winplot.
- **Sobre...** = Abrirá uma nova janela contendo as características do software (figura 1.5).

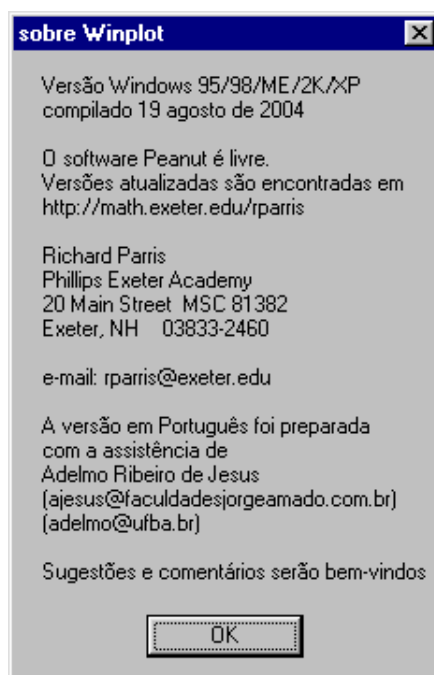


Figura 1.5: Sobre o Winplot

1.3 Operações e Funções definidas do Winplot

O interpretador de funções deste programa foi projetado para reconhecer a maioria das operações, constantes e funções elementares, tais como:

1.3.1 As operações básicas

no Winplot	descrição	na matemática
$a + b$	adição entre os valores de a e b	$a + b$
$a - b$	subtração entre os valores de a e b	$a - b$
$a * b$ ou ab	multiplicação entre os valores de a e b	ab
a/b	divisão entre os valores de a e b	$\frac{a}{b}$
$a \wedge b$	a elevado a potência b	a^b

1.3.2 As constantes

no Winplot	descrição	na matemática
pi	valor 3,141592654	π
e	valor 2,718281828	e
deg	fator de conversão de radianos para graus	$\frac{\pi}{180}$
$ninf$	representa menos infinito	$-\infty$
$pinf$	representa mais infinito	∞

1.3.3 As funções básicas

no Winplot	descrição	na matemática
$abs(x)$	valor absoluto de x , ou módulo de x	$ x $
$sqr(x)^5$	raiz quadrada de x	\sqrt{x}
$log(x)$	logaritmo de x na base 10	$\log x$
$log(b, x)$	logaritmo de x na base b	$\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$
$ln(x)$	logaritmo natural de x	$\ln x$
$exp(x)$	exponencial de x	e^x

1.3.4 Funções trigonométricas e suas inversas

no Winplot	descrição	na matemática
$sin(x)$	seno de x	$sen x$
$cos(x)$	cosseno de x	$cos x$
$tan(x)$	tangente de x	$tan x$
$csc(x)$	cossecante de x	$cosec x$
$sec(x)$	secante de x	$sec x$
$cot(x)$	cotangente de x	$cotan x$
$arcsin(x)$	arco seno de x	$arcsin x$
$arccos(x)$	arco cosseno de x	$arccos x$
$arctan(x)$	arco tangente de x	$arctan x$
$arccot(x)$	arco cotangente de x	$arccot x$

1.3.5 Funções hiperbólicas e suas inversas

no Winplot	descrição	na matemática
$\sinh(x)$	seno hiperbólico de x	$\sinh x$
$\cosh(x)$	co seno hiperbólico de x	$\cosh x$
$\tanh(x)$	tangente hiperbólica de x	$\tanh x$
$\coth(x)$	cotangente hiperbólico de x	$\coth x$
$\operatorname{argsinh}(x)$	arco seno hiperbólico de x	$\operatorname{arcsinh} x$
$\operatorname{argcosh}(x)$	arco co seno hiperbólico de x	$\operatorname{arcosh} x$
$\operatorname{argtahn}(x)$	arco tangente hiperbólico de x	$\operatorname{artanh} x$
$\operatorname{argcoth}(x)$	arco cotangente hiperbólico de x	$\operatorname{arcoth} x$

1.3.6 Funções não tão elementares

no Winplot	descrição	na matemática
$n!$	n fatorial	$n!$
$\operatorname{int}(x)$	parte inteira do x	
$\operatorname{frac}(x)$	parte fracionária do x	$x - \operatorname{int}(x)$
$\operatorname{floor}(x)$	maior inteiro menor que x	
$\operatorname{ceil}(x)$	menor inteiro maior que x	
$\operatorname{root}(n, x)$	raiz n -ésima de x	$\sqrt[n]{x}$
$\operatorname{pow}(n, x)^6$	n -ésima potência de x	x^n
$\operatorname{iter}(n, f(x))$	n -iterado de $f(x)$, n vezes	$\underbrace{f(f(f(\dots(f(x))))}_{n\text{-vezes}}$
$\operatorname{abs}(x, y)$	norma do vetor $\vec{a} = (x, y)$	$\sqrt{x^2 + y^2}$
$\operatorname{abs}(x, y, z)$	norma do vetor $\vec{b} = (x, y, z)$	$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
$\operatorname{arg}(x, y)$	ângulo polar entre $-\pi$ e π	
$\operatorname{max}(a, b, \dots)$	o valor máximo entre a, b, \dots	
$\operatorname{min}(a, b, \dots)$	o valor mínimo entre a, b, \dots	
$\operatorname{mod}(x, y)$	$x \bmod y$	$x - y \cdot \operatorname{floor}(x/ y)$
$\operatorname{sgn}(x)$	sinal de x (-1, 0 ou 1)	$\frac{x}{ x }$
$\operatorname{hvs}(x)$	função Heaviside	$\frac{1 + \operatorname{sgn}(x)}{2}$
$\operatorname{erf}(x)$	função erro padrão ,	
$\operatorname{binom}(n, r)$	combinação de n r a r	$\frac{n!}{r!(n-r)!}$
$\operatorname{sum}(b, f(n, x))$	somatório de $f(n, x)$ para $n = 1$ até b	$\sum_{n=1}^{n=b} f(n, x)$
$\operatorname{prod}(b, f(n, x))$	produtório de $f(n, x)$ para $n = 1$ até b	$\prod_{n=1}^{n=b} f(n, x)$
$\operatorname{rnd}(x)$	valor aleatório entre $-x$ e x	
$\operatorname{gauss}(x)$		$\frac{e^{-\frac{x^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$
$\operatorname{gamma}(x)$	função gama de x	$\Gamma(x)$

1.3.7 Função definida por várias sentenças

$$\bullet \text{ joinx}(f|c, g|d, \dots, h) = \begin{cases} f(x) & \text{se } x \leq c \\ g(x) & \text{se } c < x \leq d \\ \vdots & \vdots \\ h(x) & \text{se } x > d \end{cases}$$

- $\text{joint}(f|c, g|d, \dots, h)$ é definida de forma análoga à joinx , só que para funções que dependem de um parâmetro t .
- $\text{chi}(a, b, x)$ a função característica do intervalo $[a, b]$, que atribuirá valor 1 se x estiver entre a e b , e 0 caso contrário.

1.3.8 Observações gerais

Vale esclarecer que x^n é calculado através o uso de logaritmos, pela fórmula $e^{n \ln(x)}$, a qual requer que x seja positivo. O decodificador procura constantes inteiras no expoente quando a definição é editada, mas não há nenhuma verificação durante a representação gráfica para ver se um expoente variável está (próximo a) um inteiro. É conseqüentemente necessário supor que a base é positiva em uma expressão do tipo x^n . Usando o $\text{pow}(n, x)$ se evita esta convenção, porque aqui n é sempre avaliado como um inteiro (que se arredonda, se necessário).

Qualquer letra pode ser usada como uma variável numérica e receber um valor específico a qualquer hora. Por exemplo, $axx + bx + c$ representa uma função quadrática padrão, cujos coeficientes podem ser modificados.

Qualquer conjunto de letras e números serão tratados como um produto de constantes e variáveis, caso este não se encontre na biblioteca de nomes de função. A tradução inicia-se no final esquerdo de cada conjunto. Embora xpi seja lido como $x * pi$, o conjunto pix será interpretado como $p * i * x$.

Maiúsculas e minúsculas não são diferenciadas. Colchetes, chaves e parênteses podem ser usados como símbolos de agrupamento. Espaços serão ignorados.

Você pode adicionar novas funções à biblioteca. A cada entrada deverá ser dada um nome e depois definida, como uma função de x , ou como uma função de x e y . Marque o botão apropriado antes de pressionar *Enter*. O programa checa se o nome é novo e se a fórmula faz sentido, depois adiciona ele à lista.

Gráficos em 2D

Para traçar gráficos em 2D com o Winplot, devemos escolher a opção 2-dim na janela principal (figura 1.3 na página 7), obtendo a seguinte janela indicada na figura 2.1.

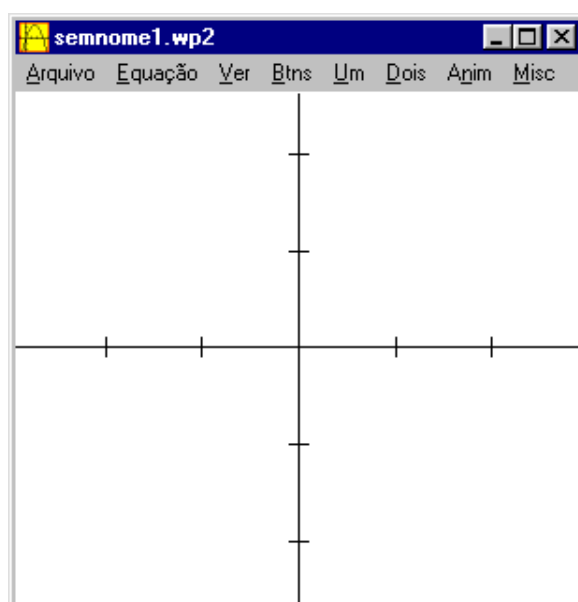


Figura 2.1: Janela principal no ambiente 2D

na qual descreveremos cada menu nas seções e subseções subseqüentes.

2.1 Arquivo

Neste menu estão as opções relacionados com os arquivos, ou seja, ler, gravar, imprimir e etc (ver figura 2.2).

2.1.1 Abrir (Ctrl+A)

Escolher a opção **Abrir** ou simplesmente digitar as teclas **Ctrl+A**, simultaneamente, serve para abrir um arquivo que já tenha sido salvo antes, mostrando na tela o gerenciador de arquivos do Windows, feito a escolha do arquivo é só teclar *[Enter]*.

O Arquivo escolhido terá as mesmas características, com relação a última vez em que foi salvo.

A extensão usada no Winplot para arquivos feitos em 2D é **.WP2**.

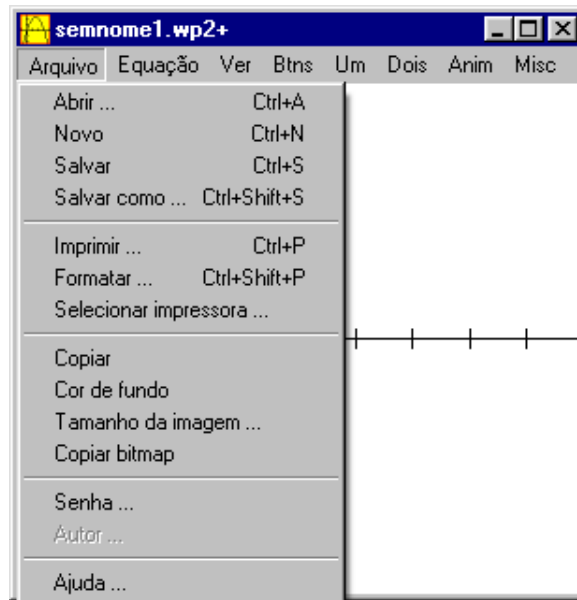


Figura 2.2: Menu Arquivo

Exemplo 2.1 *teste.wp2*

2.1.2 Novo (Ctrl+N)

Escolher a opção **Novo** ou simplesmente digitar as teclas **Ctrl+N**, simultaneamente, serve para criar um novo arquivo, com o nome na qual se deseja colocar para o mesmo. Caso tenha algum arquivo aberto, será perguntado se deseja salvá-lo, antes de criar um novo arquivo.

Por padrão o Winplot indica como nome de um novo arquivo *Semnome.wp2*.

2.1.3 Salvar (Ctrl+S)

Escolher a opção **Salvar** ou simplesmente digitar as teclas **Ctrl+S**, simultaneamente, serve para salvar as modificações feitas no arquivo existente com o mesmo nome.

2.1.4 Salvar como (Ctrl+Shift+S)

Escolher a opção **Salvar como** ou simplesmente digitar as teclas **Ctrl+Shift+S**, simultaneamente, serve para salvar as modificações feitas no arquivo existente com um nome diferente do mesmo.

2.1.5 Imprimir (Ctrl+P)

Escolher a opção **Imprimir** ou simplesmente digitar as teclas **Ctrl+P**, simultaneamente, faz aparecer o gerenciador de impressão do Windows, onde se escolhe a impressora e as opções para a impressão da figura mostrada na janela. Contudo, antes de imprimir uma figura considere dois itens do menu, a seguir:

2.1.6 Formatar (Ctrl+P)

Escolher a opção **Formatar** ou simplesmente digitar as teclas **Ctrl+Shift+P**, simultaneamente, faz aparecer a janela (figura 2.3).

Nessa janela, podemos posicionar a imagem a ser impressa na página. As margens são medidas a partir do canto esquerdo e de cima, respectivamente, e estão em centímetros.

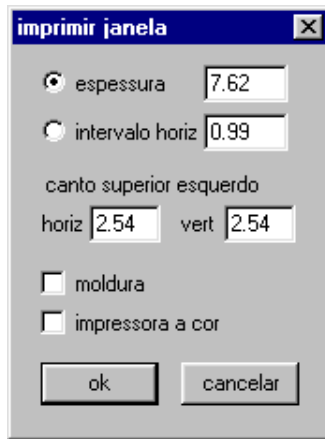


Figura 2.3: Formatar a impressão

A largura (*espessura*) da imagem é também especificada em centímetros e a altura da imagem é determinada pela largura e pelo formato da janela.

A opção *moldura* se estiver selecionada, desenha uma linha ao redor da figura.

A opção *impressora a cor* deve ser selecionada se, e somente se, a sua impressora for colorida, pois caso contrário, pode acontecer coisas estranhas.

2.1.7 Selecionar Impressora

Escolher a opção **Selecionar Impressora...**, faz aparecer a janela (figura 2.4).

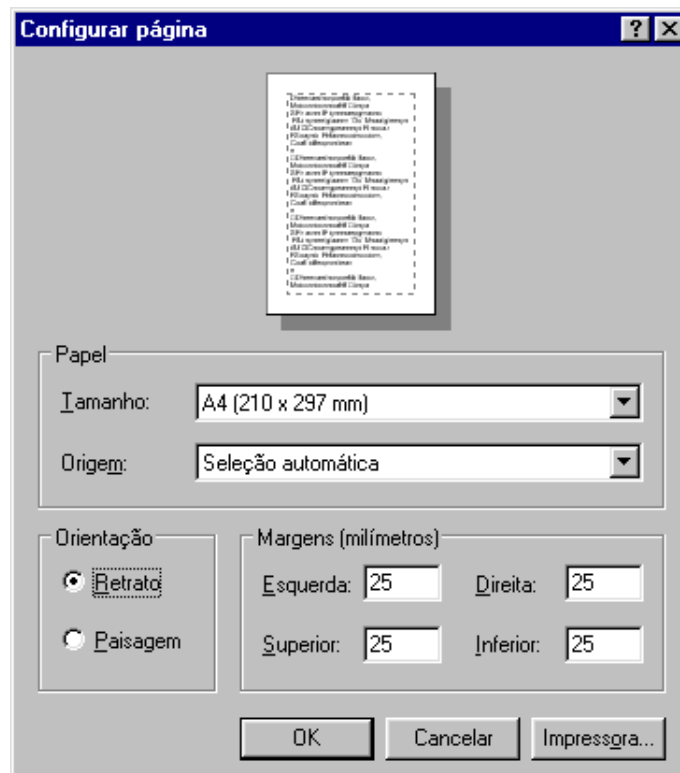


Figura 2.4: Configurar a impressão

Nessa janela, podemos escolher o tamanho e a origem do papel, bem como a orientação, ou seja, retrato ou paisagem, bem como também as margens esquerda, direita, superior e inferior em milímetros do papel.

O botão impressora, serve para a escolha da impressora.

2.1.8 Copiar

Clique em **Copiar** se desejar colar a figura atual para outro programa do Windows, usando para tanto o formato *.WMF (Windows Metafile)*, que é um formato vetorial que pode ser facilmente utilizado em editores de texto. Se desejar incluir cor de fundo selecione com **Cor de fundo**.

2.1.9 Tamanho de Imagem...

Para modificar o tamanho da figura e conseqüentemente o da janela, basta escolher a opção **Tamanho de Imagem**, o que faz aparecer a janela (figura 2.5), onde tem as opções de espessura e altura em centímetros.

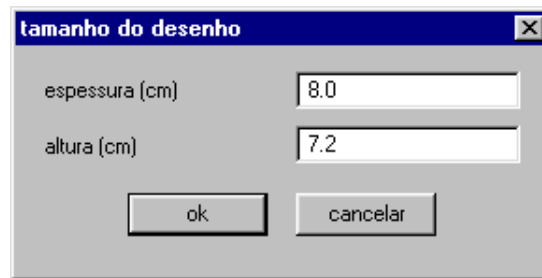


Figura 2.5: Tamanho da imagem

Quando impresso ou copiando a tela, as proporções são mantidas, por isso não há problema em imprimir uma janela grande a partir de uma imagem pequena.

O problema é com o texto, que não é escalonado pelo processo de impressão, portanto pode parecer desproporcional, a menos que se ajuste o tamanho da janela com tamanho para a impressão.

2.1.10 Copiar bitmap

A figura pode ser copiada como *.BMP (Bitmap)*, mas colar esta imagem em um outro documento aumentará muito o tamanho de seu arquivo. Note que ao se fechar o programa a imagem será perdida como informa a figura 2.6

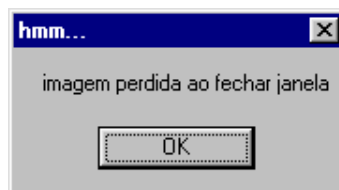


Figura 2.6: Copiar como bitmap

2.1.11 Senha

Você pode inserir uma **senha** para o arquivo, antes de salvá-lo, como mostra a figura 2.7. Com isso é possível controlar o que outros usuários podem fazer com seu arquivo. Pode-se proteger o acesso ao inventário¹, ao caderno² e proteger contra a gravação ou mudança de nome do arquivo. Note que aparecem seis áreas onde são colocadas respectivamente:

¹Onde são guardadas as suas equações.

²Onde são guardadas as suas anotações.

- *senha*: uma senha escolhida;
- *confirmar*: confirmação da senha digitada no passo anterior;
- *autor*: nome do autor do arquivo;
- *data*: data do arquivo;
- *e-mail*: correio eletrônico do autor e
- *homepage*: endereço do sítio na internet do autor.

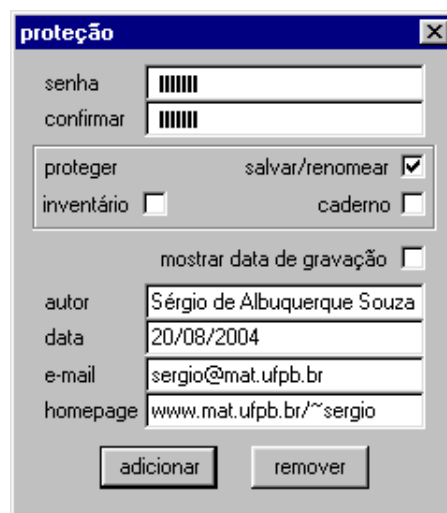


Figura 2.7: Alteração da senha e do autor

Note que se o arquivo está com alguma proteção, aparecerá na janela do Windows, no canto superior esquerdo, o nome do arquivo acompanhado do sinal + (ver figura 2.9 página 17).

2.1.12 Autor

Esta opção será ativada se o autor do arquivo protegido incluiu informações e seus contatos e o resultado dessa opção será a figura 2.8.

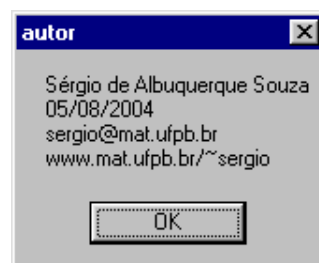


Figura 2.8: Informações do autor

2.1.13 Ajuda

Esta opção abrirá uma janela com um texto que ajudará em relação às opções do *menu* no qual está se trabalhando.

2.2 Equação

Neste menu estão as opções relacionados com as funções, equações, inequações e etc, como mostra figura 2.9.

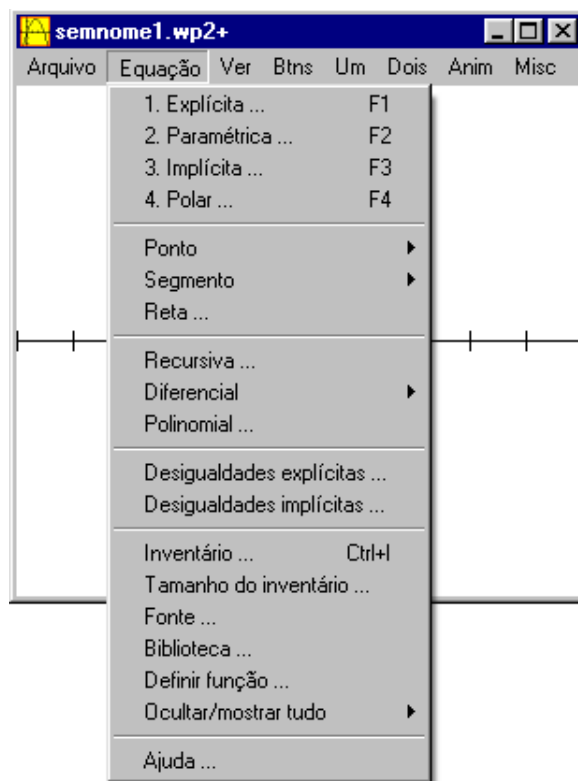


Figura 2.9: Menu Equação

2.2.1 Explícitas (F1)

As funções **explícitas**, são as mais comuns, são funções do tipo: $f(x) = x + 3$, $f(x) = 2x^2 + 3x - 4$, $f(x) = \cos(2x)$ e etc.

Para inserir uma função, basta escolher essa opção ou teclar *F1*, surgindo a seguinte janela (figura 2.10).

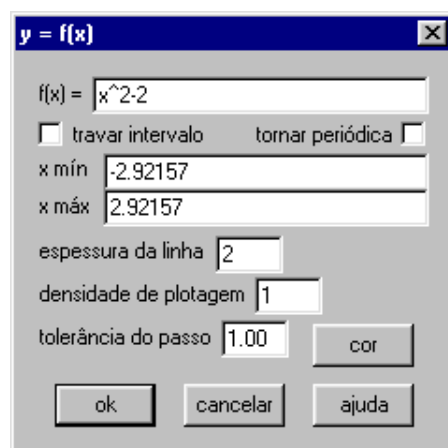


Figura 2.10: Definindo uma função explícita

Nesta janela, deve-se digitar as expressões padrões para definir a função $f(x)$, por exemplo $x \wedge 2 - 2$ e escolher:

- *travar intervalo*: para restringir o domínio do gráfico da função $f(x)$ no intervalo definido (opcional);
- *tornar periódica*: o programa assume que a função é periódica fora do intervalo definido, repetindo a mesma, com este período (opcional);
- *x mín*: o x mínimo do intervalo da função $f(x)$ (opcional);
- *x máx*: o x máximo do intervalo da função $f(x)$ (opcional);
- *espessura da linha*: (padrão é 1) serve para "engrossar" a curva $y = f(x)$;
- *densidade de plotagem*: (padrão é 1) ao aumentar a densidade dos pontos a velocidade de desenho do gráfico diminuirá, mas pode ser útil para certos tipos de gráficos que têm seções irregulares .
- *tolerância do passo*: (padrão é 1) serve para impedir que o programa ligue os pontos para algumas funções (*int*, *floor*, *ceil*, por exemplo) que mudam bruscamente (saltam) de um nível para outro, as operações gráficas são suspensas quando o passo definido está bem próximo a um ponto de descontinuidade. Se o programa está ligando pontos em uma descontinuidade, a tolerância (que é medida em *pixels*) está colocada muito baixa;
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para a curva $y = f(x)$ (ver figura 2.11).



Figura 2.11: Definição da cor

Exemplo 2.2 Neste exemplo (ver figura 2.12), foi utilizado a função $f(x) = x^2 - 2$, cor vermelha com a espessura igual a 2, obtendo duas janelas, uma do gráfico e a outra de inventário³ (ver 2.2.13 página 35).

Exercício 2.1 (Médio) Fazer o gráfico da função $f(x) = \left| \frac{\cos(2x + \pi)}{x} \right|$, na cor azul, com espessura 3 e definida no intervalo $[0, \pi]$.

Exercício 2.2 (Alto) Fazer o gráfico da função $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x \leq -2 \\ e^{x+1} & \text{se } -2 < x \leq 2 \\ \sqrt{x} & \text{se } x > 2 \end{cases}$, na cor verde, com espessura 2.

Observação 2.1 Para ampliar ou reduzir o gráfico, basta teclar **Page Up** ou **Page Down**, respectivamente e para visualizar outras regiões do plano, basta usar as setas do teclado.

³Onde está contida opções para os gráficos.

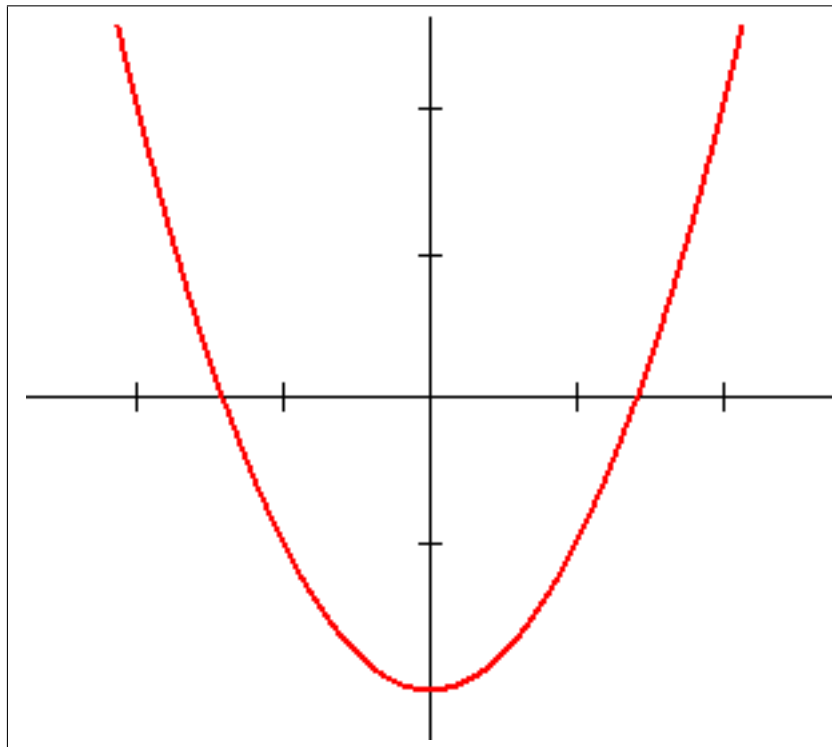


Figura 2.12: Exemplo do gráfico da função $f(x) = x^2 - 2$

2.2.2 Paramétricas (F2)

Uma curva na forma paramétrica, ou seja, a curva é definida pelos pontos $(x, y) = (f(t), g(t))$ em \mathbb{R}^2 , onde t é o parâmetro de variação do ponto sobre a curva. Para definir essa curva, basta escolher essa opção ou teclar $F2$, surgindo a seguinte janela (figura 2.13).

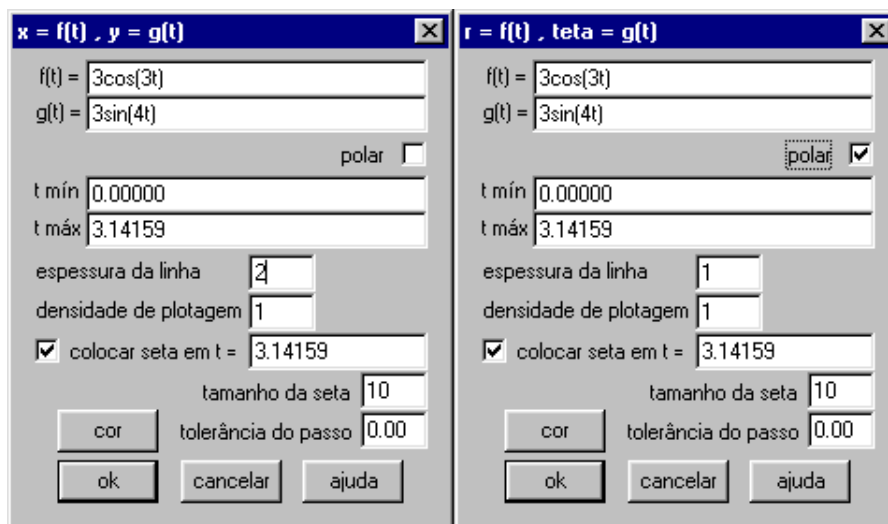


Figura 2.13: Definindo uma função parametricamente

Nesta janela, deve-se digitar expressões para $f(t)$ e $g(t)$ que definem a curva e escolher:

- *polar*: marque esta opção para entrar com as equações paramétricas no sistema polar, dadas por equações que definem ρ e θ em função de um parâmetro t ;
- *t mín*: o t mínimo do intervalo para as funções $f(t)$ e $g(t)$, o domínio padrão é de $[0, 2\pi]$;

- *t máx*: o x máximo do intervalo para as funções $f(t)$ e $g(t)$;
- *espessura da linha*: (padrão é 1) serve para *engrossar* a curva $(x, y) = (f(t), g(t))$;
- *densidade de plotagem*: (padrão é 1) ao aumentar a densidade dos pontos a velocidade de desenho do gráfico diminuirá, mas pode ser útil caso a curva pareça muito *poligonal*.
- *colocar seta em t*: marque esta opção para desenhar uma seta no ponto definido pelo parâmetro t ;
- *tamanho da seta*: especifica o tamanho da seta;
- *tolerância do passo*: (padrão é 1) serve para impedir que o programa ligue os pontos para algumas funções (*int*, *floor*, *ceil*, por exemplo) que mudam bruscamente (saltam) de um nível para outro, as operações gráficas são suspensas quando o passo definido está bem próximo a um ponto de descontinuidade. Se o programa está ligando pontos em uma descontinuidade, a tolerância (que é medida em *pixels*) está colocada muito baixa;
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para a curva (ver figura 2.11 página 18).

Exemplo 2.3 Neste exemplo (ver figura 2.14), foi utilizado $f(t) = 3\cos(3t)$ e $g(t) = 3\sin(4t)$ no intervalo $[0, \pi]$ na cor vermelha com espessura igual a 2 e outra curva na cor azul com espessura 1 em coordenadas no sistema polar.

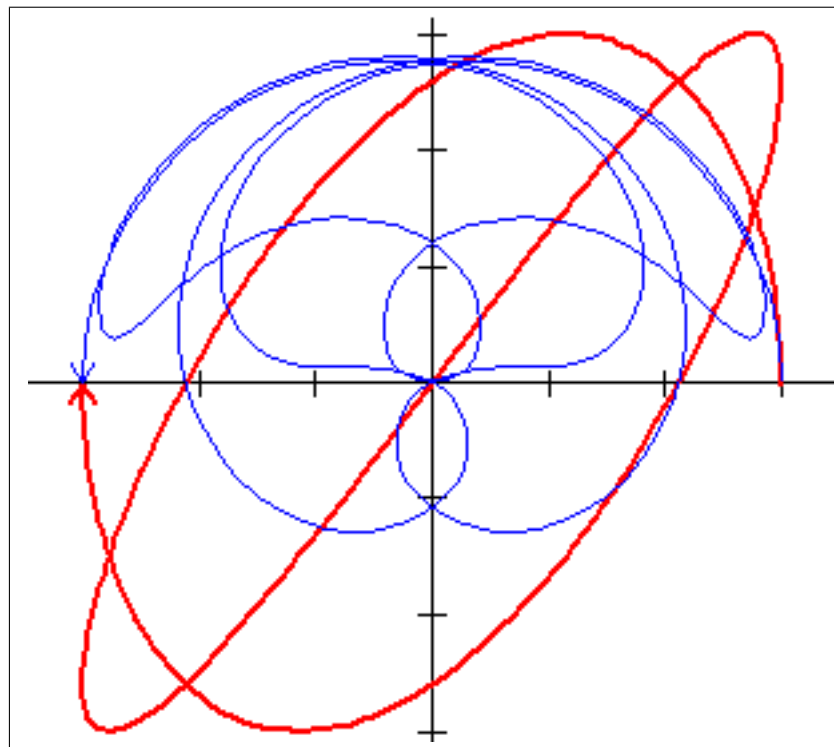


Figura 2.14: Exemplo do gráfico da curva $(3\cos(3t), 3\sin(4t))$

Exercício 2.3 (Médio) Fazer o gráfico da circunferência em coordenadas cartesianas e polares, usando as funções paramétricas.

Exercício 2.4 (Alto) Fazer o gráfico da reta bissetriz entre os eixos x e y em coordenadas cartesianas e polares, usando as funções paramétricas.

2.2.3 Implícitas (F3)

Para funções definidas implicitamente, ou seja dada através de uma equação, como por exemplo $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, são desenhadas por um método especial, pois o programa procura aleatoriamente por um ponto inicial que satisfaça a equação e uma vez que este ponto é encontrado, a curva a partir deste ponto é desenhada, ao se calcular numericamente certas equações diferenciais.

Tendo em vista que o gráfico desenhado pode não ser conexo (não ter um só pedaço), o programa demora mais tempo procurando por mais pontos iniciais. Se você desejar parar a busca dos pontos, basta pressionar **S** (Sair) para parar sair da busca.

Para traçar essa curva, basta escolher essa opção ou teclar *F3*, surgindo a seguinte janela (figura 2.15).

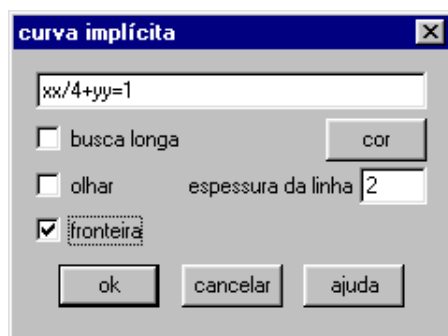


Figura 2.15: Definindo uma função implicitamente

Nesta janela, deve-se digitar as expressões para a equação e escolher:

- *busca longa*: marque esta opção para encontrar mais pontos iniciais e para sair da busca, tecle **S** (Sair);
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para a curva (ver figura 2.11 página 18).
- *olhar*: marque esta opção visualizar a realização do gráfico da curva, esta opção torna-o mais lento, porém é bastante didático (tecle **S** para sair);
- *espessura da linha*: (padrão é 1) serve para *engrossar* a curva;
- *fronteira*: marque esta opção para a busca ficar restrita a região visualizada do plano \mathbb{R}^2 , deixando-o mais rápido.

Exemplo 2.4 Neste exemplo (ver figura 2.16), foi utilizado a equação $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ na cor vermelha com espessura igual a 2.

Exercício 2.5 (Médio) Fazer o gráfico da circunferência e da reta bissetriz entre os eixos x e y .

Exercício 2.6 (Alto) Fazer o gráfico dos pontos equidistantes ao ponto $(1, 1)$ e ao eixo x . Que curva é esta?

2.2.4 Polares (F4)

Para definir a curva polar $\rho = f(\theta)$ basta escolher esta opção ou teclar *F4*, surgindo a seguinte janela (figura 2.17) onde a letra t representa o ângulo polar θ em radianos.

Nesta janela, deve-se digitar a expressão para a curva polar $\rho = f(\theta)$ e escolher:

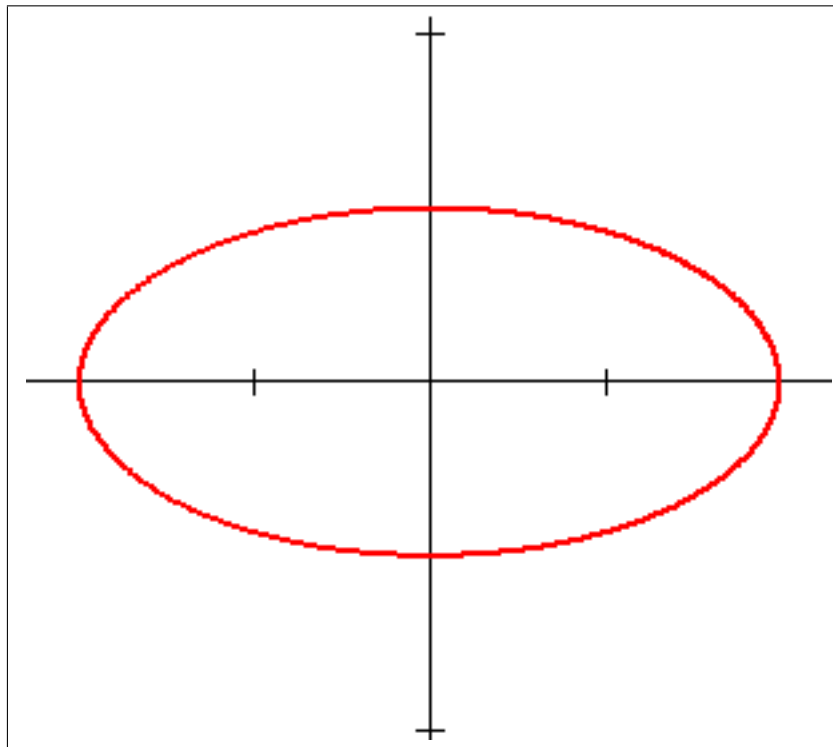


Figura 2.16: Exemplo do gráfico da elipse

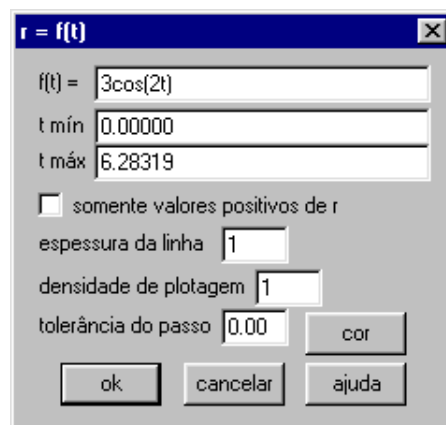


Figura 2.17: Definindo uma função polar

- $t \text{ mín}$: o t mínimo do o ângulo polar, o domínio padrão é de $[0, 2\pi]$;
- $t \text{ máx}$: o x máximo do o ângulo polar;
- *somente valores positivos de r*: marque esta opção para desenhar apenas os valores positivos de ρ ;
- *espessura da linha*: (padrão é 1) serve para *engrossar* a curva $\rho = f(\theta)$;
- *densidade de plotagem*: (padrão é 1) ao aumentar a densidade dos pontos a velocidade de desenho do gráfico diminuirá, mas pode ser útil caso a curva pareça muito *poligonal*.
- *tamnahho da seta*: especifica o tamanho da seta;
- *tolerância do passo*: (ver 2.2.2 na página 19);
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para a curva (ver figura 2.11 página 18).

Exemplo 2.5 Neste exemplo (ver figura 2.14), foi utilizado a curva $\rho = 3\cos(\theta)$, ou seja, definindo $f(t) = 3\cos(2t)$ no intervalo $[0, 2\pi]$ na cor vermelha com espessura igual a 2.

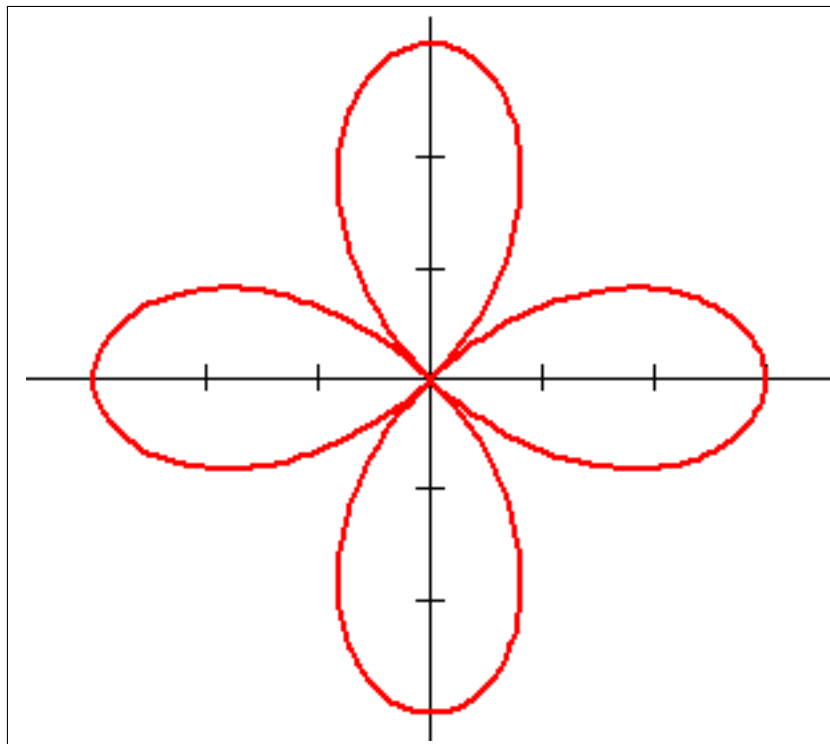


Figura 2.18: Exemplo do gráfico da curva polar

Exercício 2.7 (Médio) Fazer o gráfico de uma circunferência de raio 3.

2.2.5 Ponto

Existem três formas de se marcar um ponto com o Winplot, em coordenadas cartesianas, em coordenadas polares ou a partir de uma lista como segue.

(x,y)...

Esta opção serve para marcar um ponto da maneira mais usual, ou seja, nas coordenadas cartesianas $(x, y) \in \mathbb{R}^2$, mostrando uma janela (figura 2.19), com as seguintes opções:

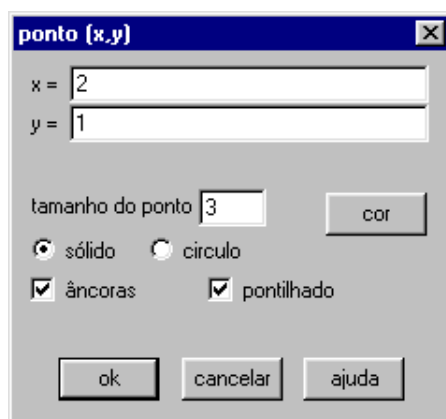


Figura 2.19: Definindo um ponto em coordenadas cartesianas

Após definir o par (x, y) , pode-se escolher outras visualizações do ponto alterando as seguintes opções:

- *tamanho do ponto*: (padrão é 2) serve para definir o "tamanho" que o ponto será visualizado;
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para a curva (ver figura 2.11 página 18).
- *sólido* ou *circulo*: para visualizar o ponto cheio ou apenas o círculo;
- *âncora*: marque esta opção para desenhar as duas projeções ortogonais sobre os eixos coordenados;
- *pontilhado*: se a opção *âncora* estiver marcada, serve para desenhar as duas projeções com linhas pontilhadas.

(r, t) ...

Esta opção serve para marcar um ponto nas coordenadas polares $(\rho, \theta) \in \mathbb{R}^2$, mostrando uma janela (figura 2.20), com as seguintes opções:

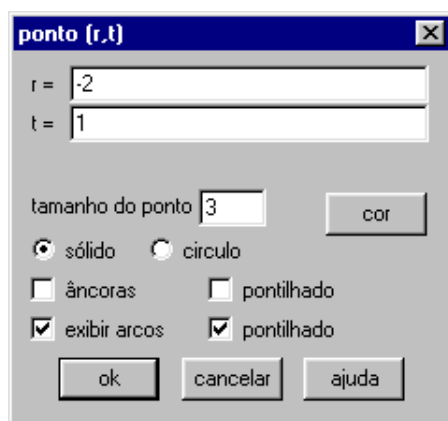


Figura 2.20: Definindo um ponto em coordenadas polares

Após definir o par $(r, t) = (\rho, \theta)$, pode-se escolher outras visualizações do ponto alterando as seguintes opções:

- *tamanho do ponto*: (padrão é 2) serve para definir o "tamanho" que o ponto será visualizado;
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para a curva (ver figura 2.11 página 18).
- *sólido* ou *circulo*: para visualizar o ponto cheio ou apenas o círculo;
- *âncora*: marque esta opção para desenhar as duas projeções ortogonais sobre os eixos coordenados;
- *pontilhado*: se a opção *âncora* estiver marcada, serve para desenhar as duas projeções com linhas pontilhadas;
- *exibir arcos*: marque esta opção para visualizar o ângulo polar e o módulo;
- *pontilhado*: se a opção *exibir arcos* estiver marcada, serve para desenhar as linhas pontilhadas.

lista...

Esta opção serve para marcar um ponto ou vários pontos nas coordenadas cartesianas ou polares, a partir de uma lista de pontos da memória, ou a partir de uma regra definida pelo usuário, tendo as seguintes opções (ver figura 2.21):



Figura 2.21: Definindo ponto(s) a partir de uma lista

- *sólido* ou *circulo*: para visualizar o ponto cheio ou apenas o circulo;
- *tamanho*: (padrão é 2) serve para definir o "tamanho" que o ponto será visualizado;
- *âncora*: marque esta opção para desenhar as duas projeções ortogonais sobre os eixos coordenados;
- *pontilhado*: se a opção *âncora* estiver marcada, serve para desenhar as duas projeções com linhas pontilhadas;
- *exibir arcos*: marque esta opção para visualizar o ângulo polar e o módulo;
- *pontilhado*: se a opção *exibir arcos* estiver marcada, serve para desenhar as linhas pontilhadas;
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para a curva (ver figura 2.11 página 18);
- (x, y) ou (r, t) : para optar entre coordenadas cartesianas ou polares;
- *colar*: colar da memória (*clipboard*)⁴ onde cada campo numérico é interpretado como uma coordenada;
- *lista*: se marcado, mostrará uma lista de pontos definidos pelo usuário com a variação de um parâmetro inteiro (padrão N) e pela definição do ponto de acordo com essa variável e variando *de* à *até*.

Exemplo 2.6 Neste exemplo (ver figura 2.22), foi utilizado:

- o ponto $(2, 1)$ em coordenadas cartesianas, tamanho 3, na cor vermelha, do tipo sólido e com âncoras sólidas;

⁴Deve-se pegar os números com o procedimento *Copiar/Colar* do Windows

- o ponto $(-2, 1)$ em coordenadas polares, tamanho 3, na cor azul, do tipo sólido e com âncoras pontilhadas;
- os pontos definidos pela regra $(N/2, 1.5)$ com N variando entre -3 e 3 , em coordenadas cartesianas, tamanho 3, na cor vermelha, do tipo círculo e sem âncoras.

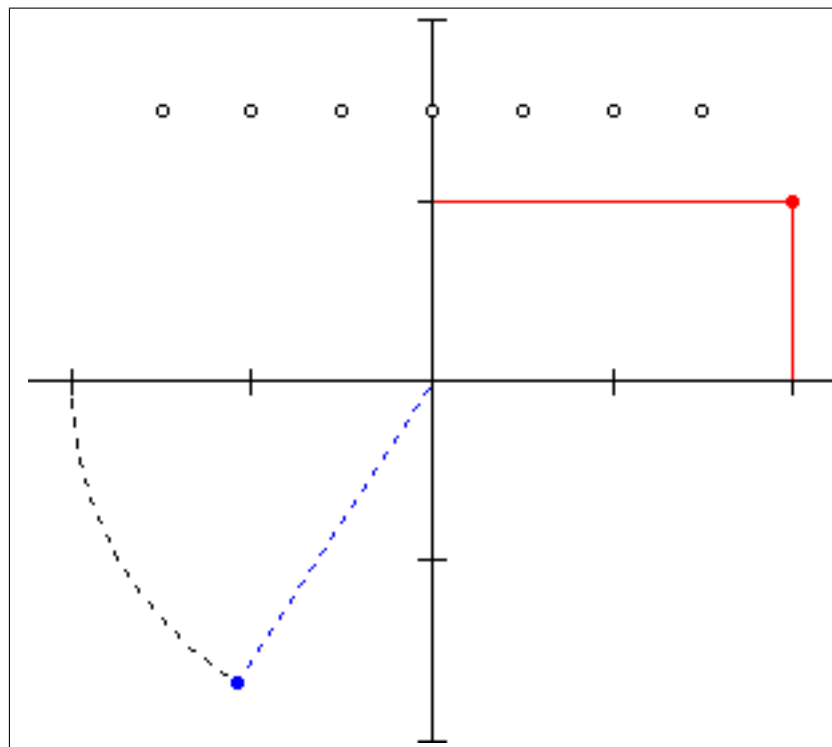


Figura 2.22: Exemplo de pontos no plano

Exercício 2.8 (Médio) *Encontrar todos os pontos simétricos do ponto $(2, 1)$ em relação aos eixos nas coordenadas cartesianas e polares.*

Exercício 2.9 (Alto) *Fazer uma lista de 10 pontos que dê a noção sob a circunferência centrada na origem e de raio 1 nas coordenadas cartesianas e polares.*

2.2.6 Segmentos

De maneira análoga ao de se marcar dois pontos, tem-se também a possibilidade de se marcar segmentos em coordenadas cartesianas ou polares, para tanto basta escolher as coordenadas dos pontos inicial e final do segmento.

$(x,y)...$

Esta opção serve para marcar um segmento nas coordenadas cartesianas definidas pelos pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) como mostrando uma janela (figura 2.23), com as seguintes opções:

Após definir os pares de pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) , pode-se escolher outras opções:

- *espessura da linha*: (padrão é 2) serve para definir o "largura" que o segmento será visualizado;
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para a curva (ver figura 2.11 página 18);
- *pontos*: se marcado, criará os pontos extremos do segmento definido;
- *sólido* ou *pontilhado* ou *tracejado*: para visualizar o segmento cheio, pontilhado ou tracejado.



Figura 2.23: Definindo um segmento em coordenadas cartesianas

(r,t) ...

Esta opção serve para marcar um segmento nas coordenadas polares definidas pelos ponto (r_1, t_1) e (r_2, t_2) como mostrando uma janela (figura 2.24), com as seguintes opções:

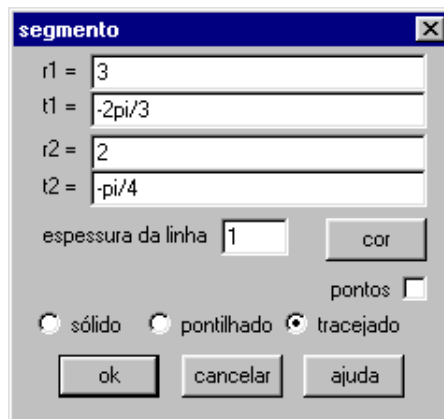


Figura 2.24: Definindo um segmento em coordenadas polares

Exemplo 2.7 Neste exemplo (ver figura 2.25), foi utilizado o segmento definido pelos pontos:

- $(-3, 2)$ e $(2, 3)$ em coordenadas cartesianas, espessura 2, na cor vermelha, do tipo sólido e com pontos extremos;
- $\left(3, -\frac{2\pi}{2}\right)$ e $\left(2, -\frac{\pi}{4}\right)$ em coordenadas polares, espessura 1, na cor azul, do tipo tracejado e sem pontos extremos.

Exercício 2.10 (Médio) Encontrar um segmento perpendicular ao segmento definido pelos ponto $(2, 1)$ e $(1, 2)$ em relação aos eixos nas coordenadas cartesianas e polares.

Exercício 2.11 (Alto) Fazer a figura de um quadrado de lado 2 usando as coordenadas cartesianas e polares.

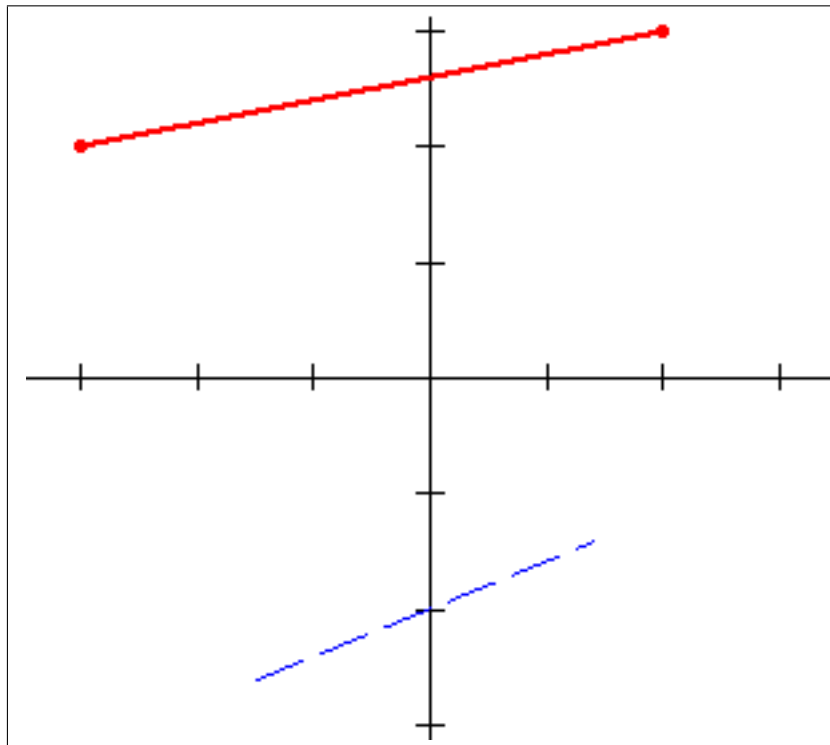


Figura 2.25: Exemplo de segmentos no plano

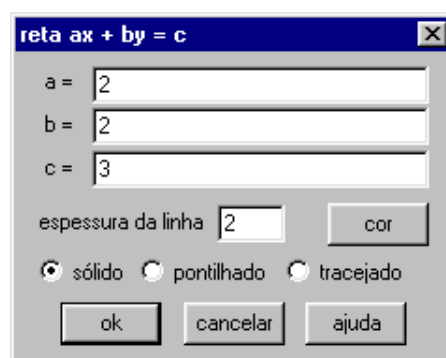


Figura 2.26: Definindo uma reta

2.2.7 Reta

Esta opção serve para descrever uma reta $ax + by = c$ na tela, para tanto digite os coeficientes a , b , e c nos espaços correspondentes como indica a janela (ver figura 2.26).

Exemplo 2.8 Neste exemplo (ver figura 2.27), foram utilizado as retas:

- $2x + 2y = 3$ espessura 1, na cor vermelha, do tipo pontilhado;
- $-1x - 3y = 1$ espessura 2, na cor azul, do tipo sólido;
- $0x + 1y = 1$ espessura 1, na cor vermelha, do tipo tracejado.

Observação 2.2 Se você está desenhando uma reta ou segmento utilizando a espessura 1 (normal) você poderá desenhá-la pontilhada ou tracejada.

Exercício 2.12 (Médio) Encontrar a equação das retas que passam pela origem e são paralela e perpendicular à reta de equação $x - 2y = -1$.

Exercício 2.13 (Alto) Fazer uma figura de uma reta, paralela a bissetriz dos eixos x e y e tangente à circunferência de raio 1 e centro $(0,0)$.

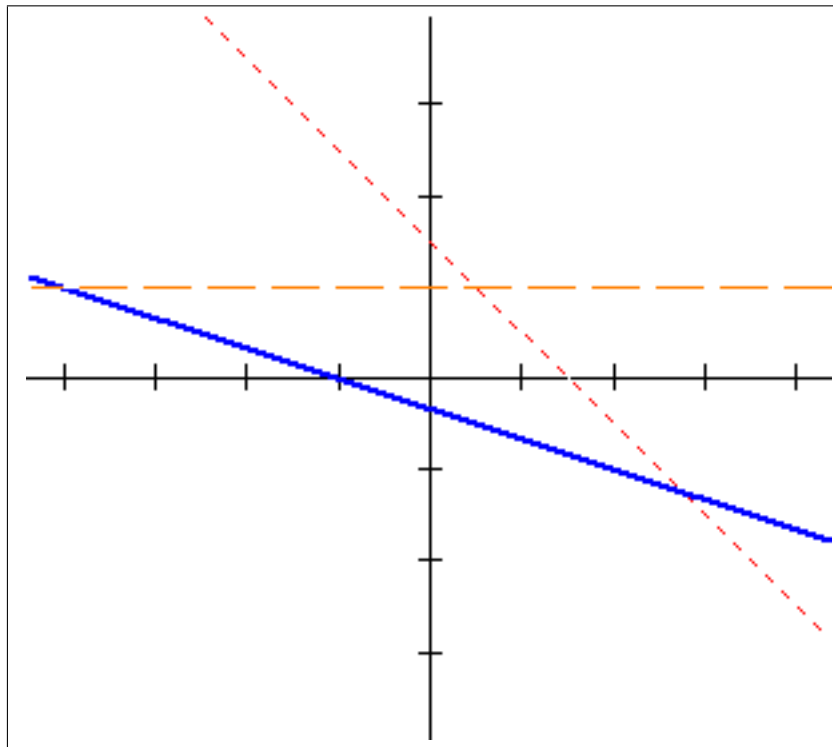


Figura 2.27: Exemplo de retas no plano

2.2.8 Recursiva

Esta opção proporciona uma maneira de desenhar uma seqüência de pontos, onde a recursividade diz como cada ponto é obtido através do ponto anterior (ver figura 2.28).

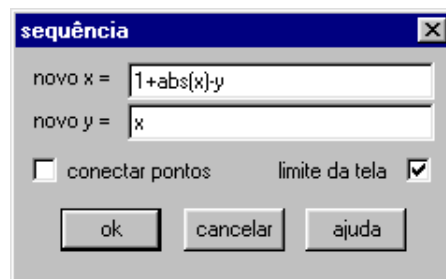


Figura 2.28: Definindo pontos recursivamente

- *novo x*: coloque a expressão de como conseguir o valor de x em relação aos valores de x e y obtidos anteriormente;
- *novo y*: coloque a expressão de como conseguir o valor de y em relação aos valores de x e y obtidos anteriormente;
- *conectar pontos*: para conectar os pontos da seqüência;
- *limite da tela*: se estiver marcada, o domínio da seqüência será os limites de visualização do plano, pois a seqüência pode ultrapassar a mesma.

Quando você clicar nada irá mudar na tela porque a recursividade não é definida até que um ponto inicial seja definido. Este é um problema de valor inicial que será tratado mais adiante na subseção 2.5.1 na página 40.

2.2.9 Diferencial

Esta opção serve para visualizar um campo de direções do tipo:

dy/dx

Para ver o campo definido pela equação $\frac{dy}{dx} = F(x, y)$ deve-se colocar a função $F(x, y)$ e escolher as opções (ver figura 2.29):

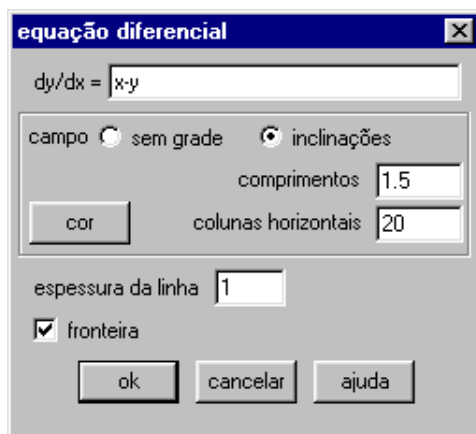


Figura 2.29: Definindo um campo de direções para dy/dx

- *campo sem grade* ou *inclinações*: serve para definir se será exibido ou não as inclinações do campo;
- *comprimentos* e *colunas horizontais*: servem para definir o tamanho e a quantidade de segmentos exibidos caso a opção *inclinação* estiver selecionada;
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para o campo de direções (ver figura 2.11 página 18);
- *espessura da linha*: (padrão é 1) serve para definir o "largura" que os segmentos serão visualizados.
- *fronteira*: caso deseje que o programa interrompa o processo da curva solução quando ultrapassar o limite da tela.

As curvas soluções da equação (as trajetórias) são selecionadas no ítem que será descrito na subseção 2.5.2 na página 40.

dx/dt

Para ver o campo definido pelas equações $\frac{dx}{dt} = f(x, y, t)$ e $\frac{dy}{dt} = g(x, y, t)$, que dependem de t assim como de x e y , deve-se definir as função $x' = f(x, y, t)$ e $y' = g(x, y, t)$ bem como escolher as opções (ver figura 2.30):

- *sem grade* ou *inclinações* ou *vetores*: serve para definir se será exibido ou não as inclinações do campo ou os vetores do campo;
- *comprimentos* e *colunas horizontais*: servem para definir o tamanho e a quantidade de segmentos exibidos caso a opção *inclinação* estiver selecionada;

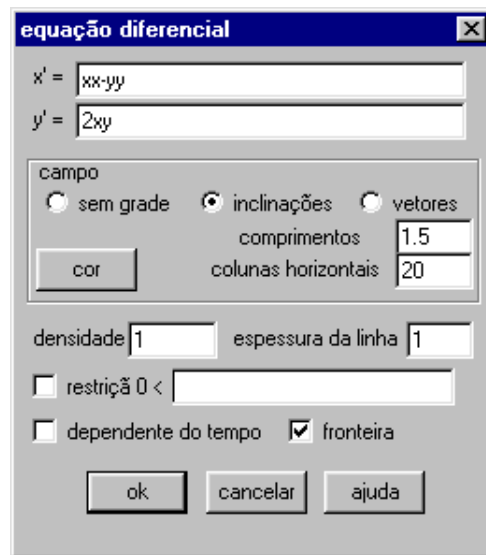


Figura 2.30: Definindo um campo de direções para dx/dt e dy/dt

- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para o campo de direções (ver figura 2.11 página 18);
- *densidade*: (padrão é 1) ao aumentar a densidade dos pontos a melhora a eficiência da curva solução fazendo mais cálculos intermediários;
- *espessura da linha*: (padrão é 1) serve para definir o "largura" que os segmentos serão visualizados;
- *restrição 0 j*: marque esta opção, caso queira colocar uma restrição à curva na forma $0 < r(x, y, t)$, ou seja a solução será interrompida quando não satisfazer essa condição;
- *depende do tempo*: marque esta opção se o parâmetro t estiver presente na equação de definição. Isto afeta como o programa reage quando a curva solução retorna ao seu ponto inicial.
- *fronteira*: caso deseje que o programa interrompa o processo da curva solução quando ultrapassar o limite da tela.

As curvas soluções da equação (as trajetórias) são selecionadas no ítem que será descrito na subseção 2.5.3 na página 40.

2.2.10 Polinomial

Esta opção serve para definir uma função polinomial, com grau máximo 8, que passa por determinados pontos, para tanto será exibida a janela no modo *editar polinômio* (ver figura 2.31), onde será dado inicialmente três pontos arbitrariamente.

A opção *Arquivo* desta janela já foi detalhado em 2.1 na página 12.

A opção *Ver* desta janela será detalhado em 2.3 na página 39.

O botão esquerdo do *mouse* é usado para arrastar pontos (destacados) pela tela e botão direito para *adicionar* e/ou *remover* pontos.

Na opção *Edição* existem as opções:

- *Atributos*: abre uma janela (ver figura 2.32) onde se define o nome do polinômio, o intervalo, a espessura da linha, a cor, o tamanho do ponto, a densidade dos pontos do mesmo modo que foram definidos para uma função explícita (ver 2.2.1 na página

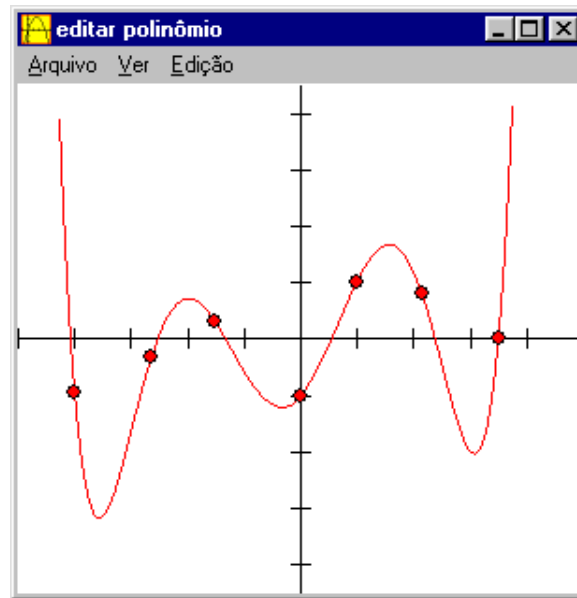


Figura 2.31: Janela de edição do polinômio

17)) e a opção *pontos sempre visíveis* se marcado mostrará os pontos de definição do polinômio após o fechamento da janela de edição do polinômio;

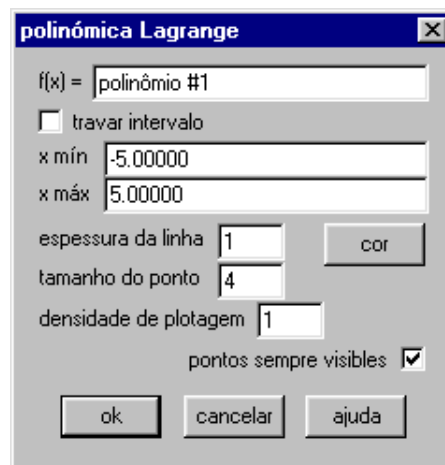


Figura 2.32: Atributos de um polinômio

- *Ver equação*: abre uma janela mostrando os coeficientes do polinômio definido (ver figura 2.33);
- *Terminar Ctrl+F*: fecha a janela de edição do polinômio, retornando à janela principal, os gráficos criados desta maneira irão aparecer no inventário (ver 2.2.13 página 35) como *polinômio #1*, *polinômio #2* ou definido pelo usuário na opção atributos;
- *Coordenadas*: se estiver selecionado, ao se clicar na tela com o botão direito do *mouse* abrirá uma janela (ver figura 2.34) pedido para se colocar as coordenadas e um ponto na definição de um polinômio;
- *Ajuda*: ver 2.1.13 na página 16.

Exercício 2.14 (Médio) Determinar a equação polinomial que passa pelos pontos $(-1, 2)$, $(2, -1)$, $(-3, 2)$ e $(0, 0)$. Quantas raízes reais possui esse polinômio?

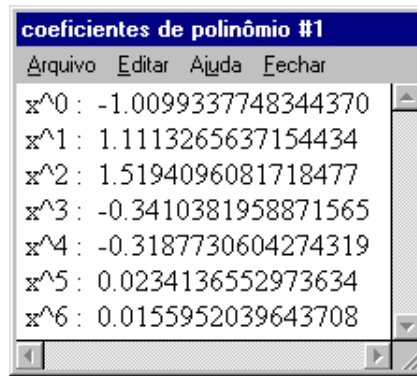


Figura 2.33: Coeficientes de um polinômio

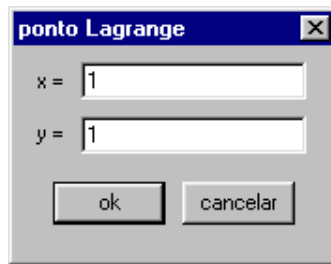


Figura 2.34: Um ponto (polinomial)

2.2.11 Desigualdades explícitas

Esta opção pode ser usada, caso tenha sido definida alguma função explícita (ver 2.2.1 página 17), para mostrar regiões delimitadas pelas as curvas das referidas funções explícitas, como mostra a figura 2.35, com as seguintes opções:

- *acima* ou *abaixo*: se marcado mostrará a região acima ou abaixo da função selecionada;
- *entre*: se marcado mostrará a região delimitada entre duas funções selecionadas;
- *x-intervalo def abaixo*: se marcado mostrará a penas a região no intervalo definido e abaixo, acima ou entre, dependendo da escolha anterior;
- *esquerdo* e *direito*: define o intervalo a ser usado no ítem anterior;
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para a região (ver figura 2.11 página 18).
- *sombrear*: para visualizar o sombreamento, a cada novo clique nesse botão aumentará a densidade do sombreamento, criando assim um novo sombreamento;
- *deletar um* ou *deletar todos*: serve para apagar uma região de sombreamento (escolhida) ou todas as regiões definidas nos ítems anteriores.

Exemplo 2.9 Neste exemplo (ver figura 2.36), foram utilizado as curvas $y = x^2$ e $y = x + 1$ e as seguintes regiões:

- *entre as curvas usando a cor vermelha no intervalo $[-1, 1]$;*
- *abaixo da curva $y = x^2$ usando a cor cinza no intervalo $[-2, -1]$;*
- *acima da curva $y = x + 1$ usando a cor verde no intervalo $[0, 2]$.*

Exercício 2.15 (Médio) Exiba uma região delimitada entre duas retas não paralelas e o eixo x .

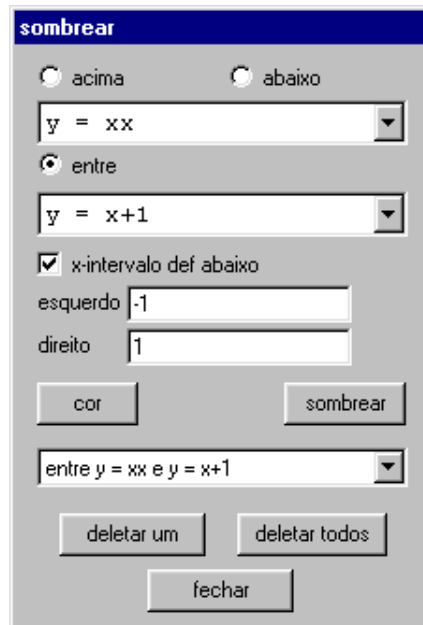


Figura 2.35: Definindo regiões sombreadas

2.2.12 Desigualdades explícitas

Esta opção pode ser usada, caso tenha sido definida alguma função implícita (ver 2.2.3 página 21), para mostrar regiões delimitadas pelas as curvas das funções implícitas, como mostra a figura 2.37, selecione uma da primeira caixa e escolha as seguintes opções:

- *alterar = a j* ou *alterar = a ç*: se clicado trocara a equação escolhida por uma inequação substituindo a igualdade pela desigualdade escolhida;
- *deletar um* ou *deletar todos*: serve para apagar uma região de sombreamento (escolhida) ou todas as regiões definidas nos ítems anteriores.
- *lançar*: serve para preencher a região com a geração do número indicado de pontos aleatórios uniformemente distribuídos⁵, pressione qualquer tecla para interromper o processo de geração dos pontos;
- *mostrar região* ou *mostrar pontos*: mostra a região ou os pontos lançados.

Exemplo 2.10 Neste exemplo (ver figura 2.38), foram utilizado as curvas $x^2 + \frac{y^2}{3} = 1$, $\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ e $x - 2y = 0$ e utilizados as seguintes regiões (inequações):

- $x^2 + \frac{y^2}{3} > 1$
- $\frac{x^2}{3} + y^2 < 1$ e
- $x - 2y = 0$

Exercício 2.16 (Médio) Exiba uma região delimitada entre duas circunferências distintas e centradas na origem.

Exercício 2.17 (Alto) Exiba uma região delimitada entre uma circunferências e uma elipse, centradas na origem e apenas no primeiro quadrante.

⁵Se a região visível, a média dessas coordenadas desses pontos lançados aleatoriamente, é uma aproximação do centróide dessa região.

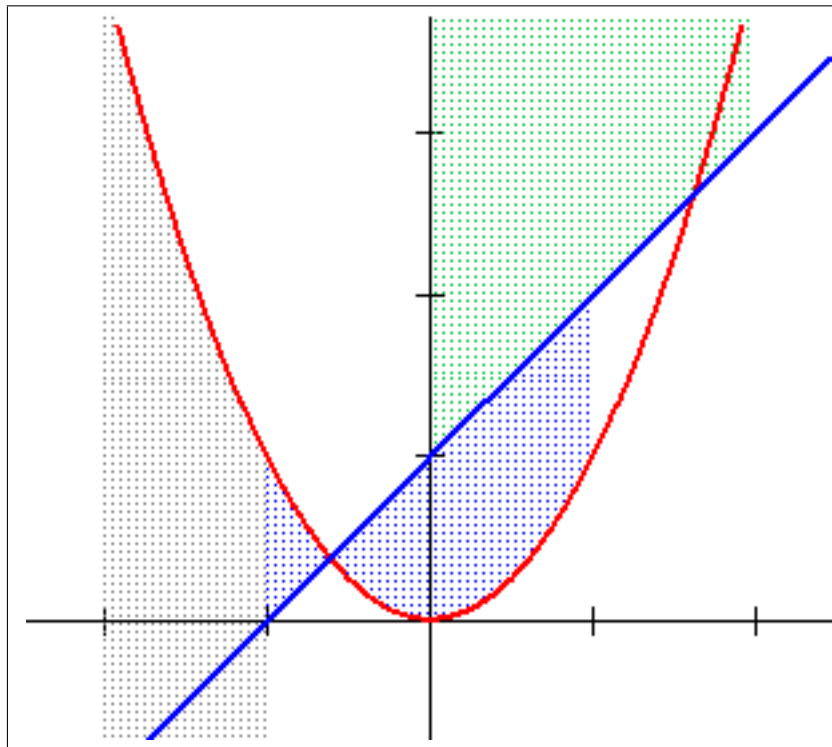


Figura 2.36: Exemplo sombreamento no plano (explícita)

2.2.13 Inventário [Ctrl+I]

A janela do inventário aparece automaticamente depois que a primeira entrada é criada (ver figura 2.39) e permite que você veja e edite as entradas existentes e faça outras modificações e construções. Para selecionar um ítem clique sobre a entrada com o *mouse*, onde somente uma entrada pode ser selecionada por vez.

Após selecionada a entrada (equação, ponto, função, etc) na janela, pode escolher, caso seja possível, as seguintes opções:

- *editar*: este botão abre a caixa de diálogo usada para criar a entrada selecionada, onde é permitindo fazer as mudanças necessárias;
- *apagar*: apaga a entrada selecionada do inventário e da tela. **Não** existe a opção de "voltar" para esta operação e todas as entradas que dependem da entrada apagada, serão apagadas, portanto muito cuidado;
- *dupl*: este botão duplica a entrada selecionada e abre uma caixa de diálogo perguntando se quer apagar a original (ver figura 2.40);
- *copiar*: a descrição da entrada é colocada na memória, use *Ctrl+V* para colar como texto em outro local, por exemplo no bloco de notas (*notepad*);
- *tabela*: abre uma janela de texto (ver figura 2.41) que mostra valores utilizados da entrada selecionada.

Você pode alterar o conteúdo do tabela escolhendo a opção *parâmetros* (ver figura 2.41), para tanto escolha *mínimo* e *máximo* para o parâmetro e o *número de passos* (subdivisões).

Também pode ver tabelas para a próxima entrada escolhendo *Arquivo/próximo* no *menu* ou teclando *F2*;

- *mostrar gráfico*: clique nesta opção para mostrar/ocultar, na janela principal, o gráfico da entrada selecionada;



Figura 2.37: Definindo regiões sombreadas (implícitas)

- *mostrar equa*: clique nesta opção para mostrar/ocultar, na janela principal, a equação (os primeiros 60 caracteres) da entrada selecionada;
- *família*: clique para converter a entrada em uma família de curvas (ou pontos). Para isto funcionar, deve ser definida uma entrada que contenha um parâmetro extra, veja o exemplo.

Exemplo 2.11 Neste exemplo usaremos a função explícita $y = xx + a$ que depende do parâmetro a . O parâmetro a será usado para criar uma família de curvas. Escolha a na caixa parâmetro, coloque o intervalo dos valores ao preencher as caixas mínimo e máximo e digite quantas curvas devem estar na família ao preencher a caixa passos (ver figura 2.43). Marque a opção olhar se quiser que o gráfico seja feito passo a passo com um tempo definido na caixa atraso. Clique em definir para completar o processo e ver o gráfico. Note a mudança no inventário para esse exemplo. Para desfazer esta construção, selecione a entrada e clique desdefinir.

O procedimento acima é uma maneira de "animar" um gráfico, veja o resultado dessa família na figura 2.44. Ver 2.7 na página 41 para maiores informações sobre animação de gráficos.

- *nome*: permite preceder a entrada por uma pequena descrição, por exemplo escrever função afim para a função $y = ax + b$, que será mostrado no inventário (ver figura 2.39), muito útil quando se tem muitas entradas;
- *derivar*: clique neste botão para calcular a derivada da entrada selecionada. Esta opção de cálculo só se aplica para certos exemplos. O resultado é desenhado e adicionado no inventário. Uma derivada também pode ser selecionada depois. Você pode editar uma derivada, mas só os seus atributos (como cor, espessura, etc), nunca a definição.

Exemplo 2.12 Neste exemplo usaremos a função explícita $y = x^3$ na cor vermelha com espessura 2 e a sua derivada aparece na janela na cor azul e com espessura 1 (ver figura 2.45).

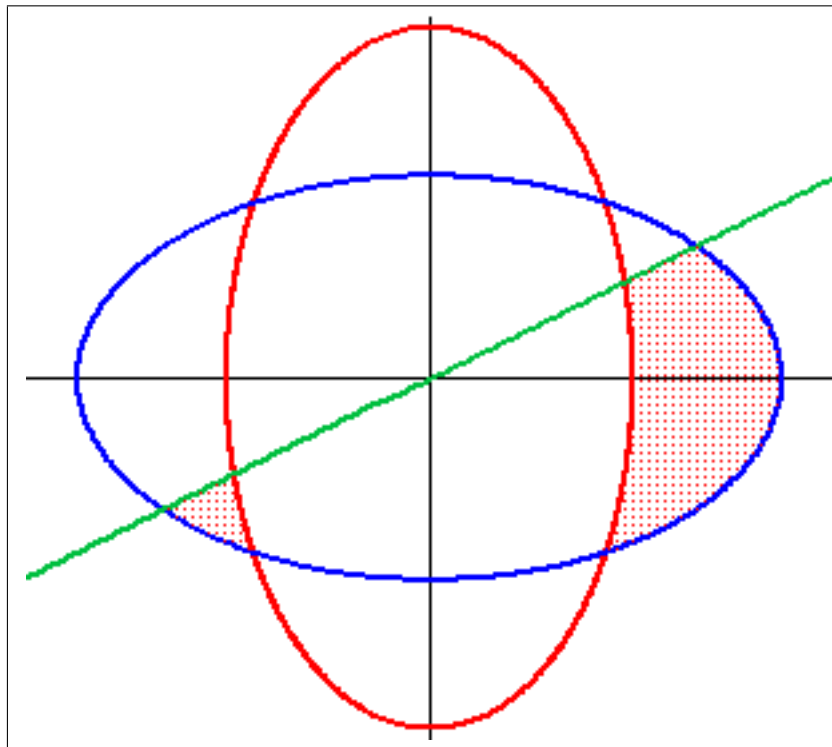


Figura 2.38: Exemplo sombreamento no plano (implícita)

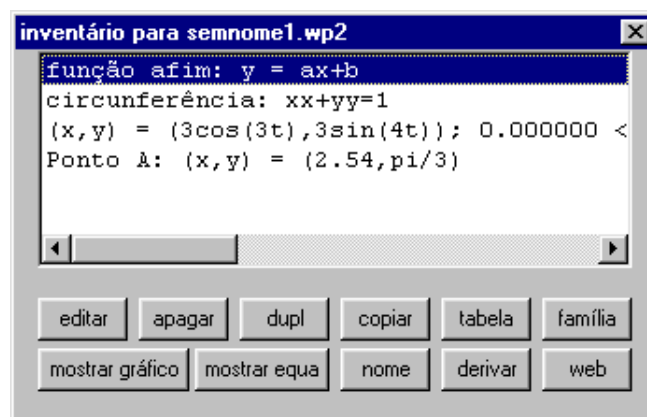


Figura 2.39: Janela do Inventário

- *web*: usa o método do ponto fixo ou das aproximações sucessivas, para resolver $f(x) = x$, mostrando como as aproximações sucessivas convergem para um ponto fixo, que é solução para $f(x) = x$

O valor inicial pode ser dado por um valor ou animado, associando-o a um dos parâmetros da lista do menu *Anim* (ver 2.7 página 41).

Na janela *web* existem as seguintes possibilidades:

O segmento inicial cruzará o eixo x se você marcar a opção *segmento inicial*. Nas linhas da rede, serão colocadas setas, caso você opte por isso no box. "Passos" se refere ao número de vezes que a função é aplicada no valor inicial (isto é: x , $f(x)$, $f(f(x))$, ..., etc). Para desfazer o traçado, feche a caixa de diálogo com "desdefinir". O desenho mostra como as aproximações sucessivas convergem para o ponto fixo que é solução de $x = f(x)$.

- *constant* ou *parâmetro*: para a escolha do ponto inicial apenas colocando um valor, ou fazendo a animação com a escolha de um parâmetro como valor

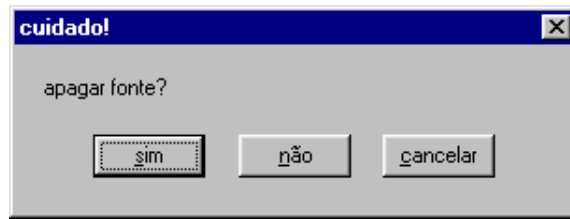


Figura 2.40: Janela do Inventário (duplicar)

t	r	x	y
0.00000	3.00000	3.00000	0.00000
0.10000	2.94020	2.92551	0.29353
0.20000	2.76318	2.70810	0.54896
0.30000	2.47601	2.36542	0.73171

Figura 2.41: Janela da tabela do inventário

inicial;

- *passos*: se refere ao número de vezes que a função é aplicada no valor inicial, isto é, $x, f(x), f(f(x)), \dots$, etc;
- *segmento inicial*: serve para que o segmento inicial cruze o eixo x ;
- *flechas e tamanho*: marque esta opção se desejar ver nas linhas da rede, setas com o tamanho determinado, indicando a seqüência utilizada;
- *mostrar pontos*: mostra a região ou os pontos lançados.
- *cor*: serve para escolher uma das 24 cores para o diagrama (ver figura 2.11 página 18);
- *definir* ou *desdefinir*: serve para fazer/desfazer o diagrama.

Exemplo 2.13 Neste exemplo usaremos a função explícita $y = (\ln(x) + 3)/2$ na cor vermelha com espessura 2 e a o diagrama aparece na janela na cor azul e com espessura 1, com as setas (ver figura 2.47).

2.2.14 Definir função

Este ítem permite que você defina sua própria biblioteca de funções, que são salvas com o arquivo. Quando o Winplot analisa uma expressão, ele olha para a sua lista de funções primeiro. Para fazer uma entrada nova na lista, digite o nome na primeira caixa de edição e uma fórmula que a defina (em termos de x) no segundo. Clique "enter" para terminar.

No exemplo abaixo, está sendo definido a função $sen(x)$, como sendo a função $\sin(x)$, ou seja, agora função seno está em português.

2.2.15 Animação

A idéia básica de fazer animações, com o Winplot, é de introduzir uma constante dentro da função (equação) definida, essas constantes são as letras do alfabeto exceto, x , y e z .

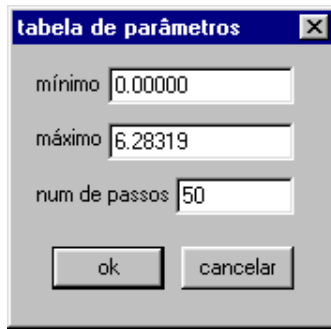


Figura 2.42: Janela modificando o parâmetro da tabela

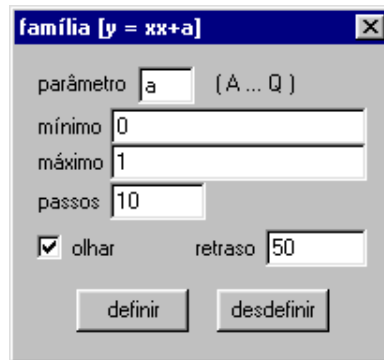


Figura 2.43: Definindo família de curvas

Para alterar os valores das constantes, basta abrir a janela **ANIM** e escolher a constante a ser alterada

Como por exemplo, vamos definir o gráfico da elipse $xx/(AA)+yy/(BB)=1$, dando a equação implicitamente, onde temos duas constantes **A** e **B**.

Para de definir os limites máximo e mínimo das constantes, basta digitar no campo correspondente e clicar nos botões **def R** e **def L**, respectivamente, (R = right = direito e L = left = esquerdo). Para se observar um valor qualquer basta digitar o número e teclar **Enter**, ou com o mouse deslocar o botão do valor até atingir o valor desejado.

A opção **auto cícl** e **auto rev** tem a finalidade de deixar a animação rodando, até que se digite **S** para sair da animação, onde o primeiro se repete indefinidamente, enquanto a segunda opção a animação "vai e volta".

Na opção **automostrear**, você define quantos quadros (slides) deseja ver.

Veja o exemplo, abaixo onde estão definidos 10 quadros:

2.3 Ver

Neste menu estão as opções relacionados com os arquivos, ou seja, ler, gravar, imprimir e etc.

2.3.1 Grade *Ctrl+G*

Nesse caso estamos visualizando também, os setores polares, que é conseguido alterando na visualização da grade, obtida em Ver/Grade (**Ctrl+G**), como mostrado abaixo:

Nessa janela pode se definir o que visualizar como: eixos, setores, marcas, setas, tamanho das marcas, rótulos, qual quadrante, se vai ter grade e outros detalhes a mais, que são úteis, para melhor compreensão do gráfico. Nesta janela, deve-se digitar expressões para $f(t)$ e $g(t)$ que definem a curva e escolher:

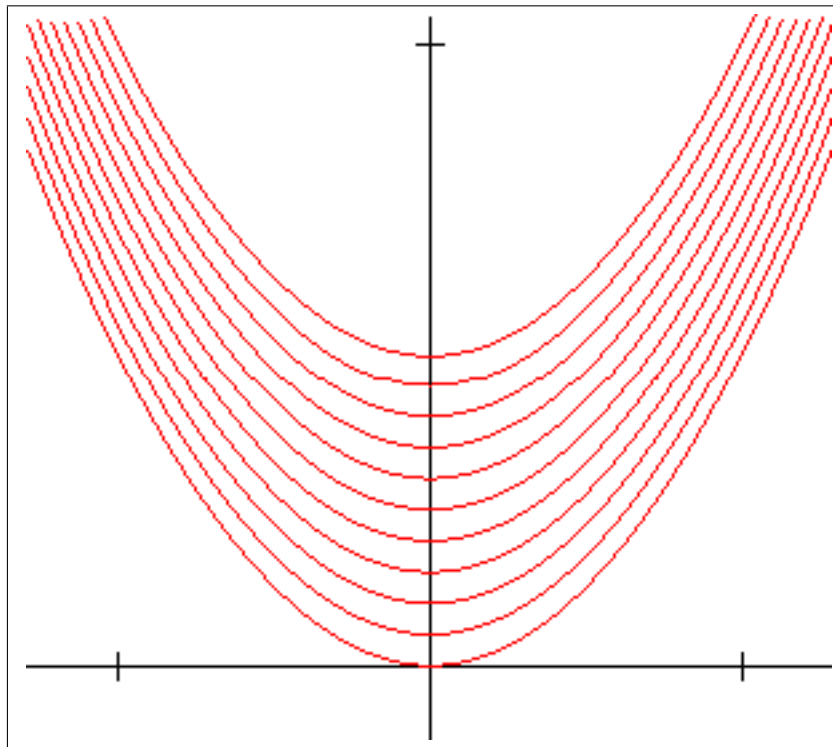


Figura 2.44: Exemplo de família de curvas

2.4 Bnts = Botões

Neste menu estão as opções relacionados com os arquivos, ou seja, ler, gravar, imprimir e etc.

2.5 Um

Neste menu estão as opções relacionados com os arquivos, ou seja, ler, gravar, imprimir e etc.

2.5.1 Seqüência...

2.5.2 Trajetória $dy/dx...$

A curva solução, que é desenhada da esquerda para a direita, pode ultrapassar o limite da tela. Se você quiser que o programa interrompa o processo quando isto acontecer selecione "limite da tela".

2.5.3 Trajetória $dy/dt...$

2.6 Dois

Neste menu estão as opções relacionados com os arquivos, ou seja, ler, gravar, imprimir e etc.

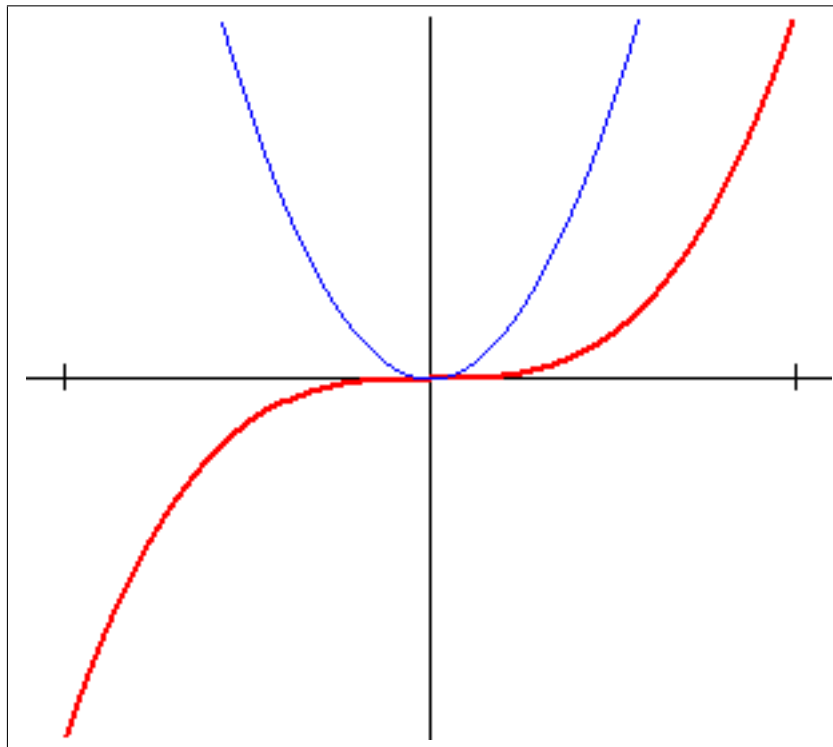


Figura 2.45: Exemplo da derivada de uma curva

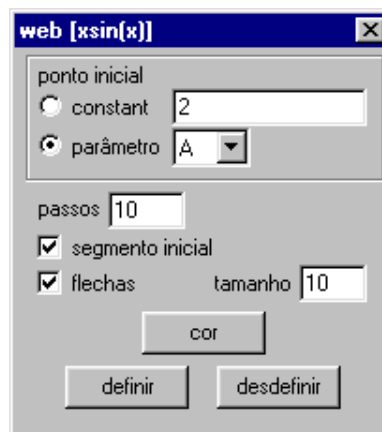


Figura 2.46: Definindo as propriedades do diagrama

2.7 Anim = Animação

Neste menu estão as opções relacionados com os arquivos, ou seja, ler, gravar, imprimir e etc.

2.8 Misc = Miscelâneo

Neste menu estão as opções relacionados com os arquivos, ou seja, ler, gravar, imprimir e etc.

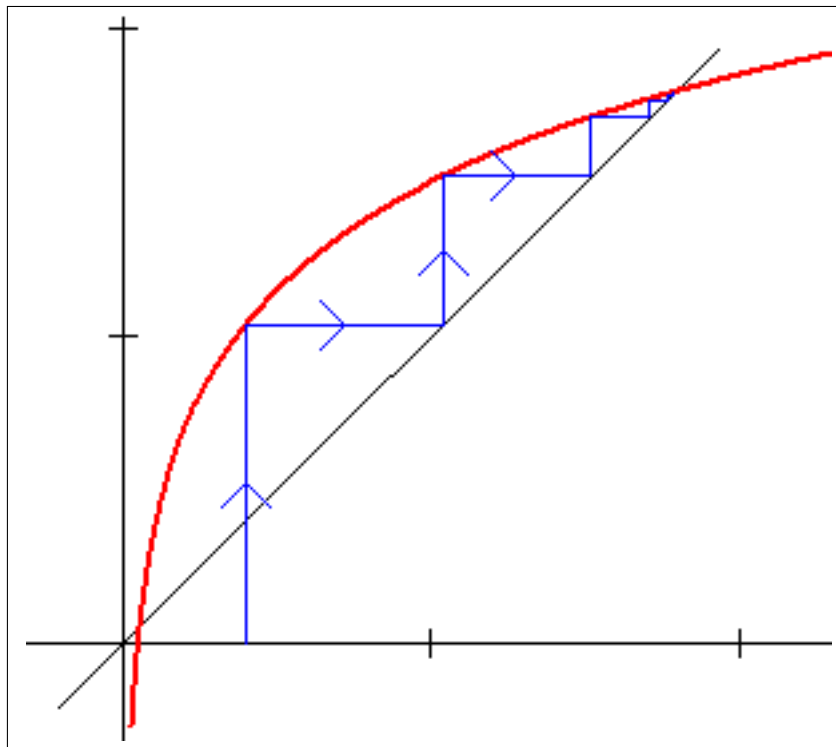


Figura 2.47: Exemplo da derivada de uma curva