Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Introdução à Álgebra Linear

Lista de Exercícios

Profs.: Fernando A. Xavier

Questão 1 *Verifique se as aplicações abaixo são transformações lineares, Justifique sua resposta.*

(a) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *tal que* $T(x, y, z) = (x + 1, y, z + x - y)$

(b) $T : M_{2\times 2} \to \mathbb{R}^2$ *dada por* $T(\begin{bmatrix} a & b \\ c & b \end{bmatrix}) = (a - d, b + c)$

(c) $T : P_1(x) \to P_2(x)$ *dado por* $T(p(x)) = xp(x) + x$

(d) $T : P_3(x) \to P_2(x)$ *dado por* $T(p(x)) = p'(x)$

(e) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *tal que* $T(x, y, z) = (x + 2y - z, y, z + x - y)$

Questão 2 *Em relação ao execício anterior nos casos em que* T *seja uma transformação linear determine seu núcleo e sua imagem*

Questão 3 *Seja* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *definida por*

$$T(x, y, z) = (x - y - 2z, -x + 2y + z, x - 3z)$$

(a) *Encontre uma base para o núcleo e a imagem de* T

(b) T *é injetora?* T *é sobrejetora? (justifique!)*

Questão 4 *Encontre uma transformação linear* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ *tal que:*

(a) *A* $Imag(T) = [(1, 1, 0, 1), (0, -1, 2, 1)]$;

(b) *O* $Nuc(T) = [(1, 0, -1), (1, -1, 1)]$

Questão 5 *Sejam,* V *e* W *espaços vetoriais de dimensão* n *e* m *respectivamente*

(a) *Se* $n > m$ *existe uma transformação linear* $T : V \to W$ *que seja injetiva? Justifique sua resposta.*

(b) *Se* $n < m$ *existe uma transformação linear* $T : V \to W$ *que seja sobrejetiva? Justifique sua resposta.*

Questão 6 *Encontre uma transformação linear*

(a) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *tal que:* $T(1,-1,0) = (1,1)$, $T(1,0,1) = (0,1)$ *e* $T(0,0,1) = (2,1)$

(b) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ *tal que:* $T(1,1) = (3,2,1)$, $T(0,2) = (0,1,0)$

Questão 7 *Mostre que as transformações lineares abaixo possuem inversa e determine sua inversa*

(a) $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *tal que:* $T(x,y,z) = (x - 3y - 2z, y - 4z, z)$

(b) $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ *tal que:* $T(x, x - y, 2x + y - z)$

Questão 8 *Sejam* $V = M_{2\times 2}(\mathbb{R})$,

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

e $T : V \to V$ *tal que:* $T(A) = MA - AM$. *Determine a matriz do operador em relação à base canônica de* V.