

Lista 2 - Séries

Orientação: Em todas as questões, apresente uma justificativa matemática completa para sua conclusão. A escolha da estratégia ou do teste adequado faz parte da solução.

1. Teste a convergência das seguintes séries:

- (a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+1}$
- (b) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n}{3n+1} \right)$
- (c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^2 \frac{2^{n-1}}{5^n}$
- (d) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \left(\frac{1}{n^2} \right)$
- (e) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{\ln n}}$
- (f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{5n+3} \right)^n$
- (g) $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$
- (h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^3+1} \left(\frac{2}{3} \right)^n$
- (i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!}$
- (j) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1+(-1)^n}{n}$

2. Encontre o valor de c tal que

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{nc} = \frac{3}{2}.$$

3. Utilize séries para mostrar que

$$1 = 0,9999\dots$$

4. Considere a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

(a) Mostre que o erro cometido ao aproximar S por S_N satisfaz

$$0 \leq S - S_N \leq \int_N^{\infty} \frac{1}{x^2} dx.$$

(b) Encontre o menor natural N tal que o erro da aproximação acima seja menor que 10^{-3} .

5. Considere a série

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}.$$

Determine N tal que S_N aproxima S com erro menor que 0,01.

6. Mostre que

$$\frac{9}{28} = \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n \cos(n\pi).$$

7. Seja $\{b_n\}$ uma série de termos positivos tal $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \frac{1}{2}$. Determine se a série abaixo é absolutamente convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n^n \cos(n\pi)}{n}.$$