

PROGRAMA DE DOUTORADO EM MATEMÁTICA UFPB-UFCG

Aluno: Ricardo Pinheiro da Costa

Programa: Doutorado em Matemática UFPB/UFCG

Orientador: João Marcos Bezerra do Ó

PROPOSTA DE BANCA PARA O SEGUNDO EXAME DE QUALIFICAÇÃO

- João Marcos Bezerra do Ó - UFPB.
- Marco Aurélio Soares Souto - UFCG.
- Pablo Braz e Silva - UFPE.
- José Valdo Gonçalves - UFG.
- Francisco Julio Corrêa - UFPA-UFCG.

PROPOSTA DE PROGRAMA PARA O SEGUNDO EXAME DE QUALIFICAÇÃO

PARTE A: EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ELÍPTICAS

A. I - EQUAÇÃO DE LAPLACE

- Desigualdade da média;
- Princípio do máximo;
- Desigualdade de Harnack;
- Representação de Green;
- Integral de Poisson;
- Teorema de convergência;
- Problemas de Dirichlet: Funções subharmônicas;
- Método de Perron.

A. II - PRINCÍPIOS DO MÁXIMO CLÁSSICO

- Princípio do Maximo Fraco;
- Princípio do Maximo Forte;
- Estimativas a priori.
- Lema de Hopf.

A. III - EQUAÇÕES DE POISSON E O POTENCIAL NEWTONIANO

- Continuidade de Hölder;
- O problema de Dirichlet para a equação de Poisson;
- Estimativas de Hölder.

A. IV - SOLUÇÕES CLÁSSICAS PARA PROBLEMAS ELÍPTICOS DE SEGUNDA ORDEM

- Regularidade das soluções clássicas e estimativas de Schauder;
- Problemas de Dirichlet.

A. V - SOLUÇÕES GENERALIZADAS E REGULARIDADE

- O princípio do máximo fraco;
- O problema de Dirichlet;
- Regularidade de soluções fracas.

A. VI - SOLUÇÕES FORTES

- Princípio do máximo para soluções forte;
- Estimativas em $L^p(\Omega)$.

PARTE B: ESPAÇOS DE SOBOLEV

B. I - ESPAÇOS DE SOBOLEV E FORMULAÇÃO VARIACIONAL DE PROBLEMAS ELÍPTICOS COM VALORES DE FRONTEIRA EM DIMENSÃO N

- Definição e propriedades elementares dos espaços de Sobolev $W^{1,p}(\Omega)$;
- Teorema de Meyers-Serrin;
- Um teorema de caracterização dos espaços $W^{1,p}(\Omega)$;
- Derivação de um produto de funções de $W^{1,p}(\Omega)$;
- Definição dos espaços $W^{1,p}(\Omega)$;
- Operadores de prolongamento;
- Desigualdade de Sobolev;
- Teorema de Morrey;
- Teorema de Rellich - Kondrachow;
- Caracterização dos espaços $W^{1,p}(\Omega)$;
- Formulação variacional de alguns problemas elípticos com valores de fronteira;
- Regularidade de soluções fracas;
- Princípio de máximo para o problema de Dirichlet;
- Funções próprias e decomposição espectral.

B. II - PROBLEMAS LINEARES ELÍPTICOS COM PESO INDEFINIDO

- Análise espectral de operadores compactos e simétricos;
- Problemas de autovalor com peso indefinido; formulação variacional;
- Um teorema do tipo Krein-Rutman;
- Um Princípio do Máximo.

PARTE C: TEORIA DO GRAU TOPOLÓGICO

C. I - DIMENSÃO FINITA

- Definição e propriedades do grau topológico;
- Teorema do ponto fixo de Brouwer;
- Teorema de Borsuk e aplicações;
- Propriedade multiplicativa do grau e aplicação ao teorema de separação de Jordan.

C. II - DIMENSÃO INFINITA

- Definição do grau de Leray-Schauder;
- Propriedades do grau Leray-Schauder;
- Teorema do ponto fixo de Schauder e Aplicações;

B. III - ALGUMAS APLICAÇÕES DE GRAU TOPOLÓGICO

- Princípio de resolução de certas equações quase lineares elípticas de segunda ordem;
- Aplicações

PARTE D: TEORIA DE PONTOS CRÍTICOS

D. I - RESULTADOS BÁSICOS

- Minimização de funções semi-contínuas inferiormente;
- Aplicações de Nemytskii;
- Equações elípticas semilineares;
- Lema da deformação;
- Princípio variacional de Ekeland.
- Aplicações.

D. II - TEOREMAS VARIACIONAIS DO TIPO MINI-MAX

- Teorema do passo da montanha clássico;
- Teorema do ponto de sela;

- Aplicações as equações semilineares elípticas.

D. III - TEORIA DE LUSTERNIK-SHNIRELMAN

- Noção de gênero;
- A teoria de Lusternik-Shnirelman;
- Pontos críticos na presença de simetrias e multiplicidade de pontos críticos;
- Aplicação a uma classe de problemas;
- Categoria de Lusternik-Schnirelmann;
- Categoria Relativa;
- Aplicações.

PARTE E: SIMETRIA EM PROBLEMAS ELÍPTICOS

E. I - DESCREVENDO O MÉTODO DOS PLANOS MÓVEIS

E. II - APLICAÇÕES BASEADAS EM PRINCÍPIOS DO MÁXIMO E DE COMPARAÇÃO

- Simetria de Soluções na Bola Unitária;
- Simetria de Soluções de $-\Delta u = u^p$ em $\mathbb{R}^n$;
- Simetria de Soluções de $-\Delta u = e^u$ em $\mathbb{R}^2$.

E. III - O MÉTODO DOS PLANOS MÓVEIS NA FORMA LOCAL

- Motivação;
- As Estimativas A Priori.

E. IV - O MÉTODO DAS ESFERAS MÓVEIS

- Motivação;
- Condições necessárias.

E. V - O MÉTODO DOS PLANOS MÓVEIS NA FORMA INTEGRAL

Referências Bibliográficas

- [1] Claudianor O. Alves. Introdução as equações elípticas. I Encontro Nacional de Análise Matemática e Aplicações, Rio de Janeiro, Novembro 2007.
- [2] Henri Berestycki. *Methodes Topologiques es Problemas aux Limites non Lineares*. PhD thesis, Universite de Paris VI, Paris, 1975.
- [3] Haim Brezis. *Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations*. Universitext. Springer, New York, 2011.
- [4] Jan Chabrowski. *Variational methods for potential operator equations*, volume 24 of *de Gruyter Studies in Mathematics*. Walter de Gruyter & Co., Berlin, 1997. With applications to nonlinear elliptic equations.
- [5] Wenxiong Chen and Congming Li. *Methods on nonlinear elliptic equations*, volume 4 of *AIMS Series on Differential Equations & Dynamical Systems*. American Institute of Mathematical Sciences (AIMS), Springfield, MO, 2010.
- [6] David G. Costa. *An invitation to variational methods in differential equations*. Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 2007.
- [7] Djairo G. de Figueiredo. Lectures on boundary value problems of ambrosetti-prodi type. Atas do 120 Seminário Brasileiro de Análise, 1980.
- [8] Djairo G. de Figueiredo. *Teoria clássica do potencial*. Editôra Universidade de Brasília, Rio de Janeiro, 1963.
- [9] Djairo G. de Figueiredo. Equações elípticas não lineares. Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 1977.
- [10] Djairo G. de Figueiredo. Positive solutions of semilinear elliptic problems. In *Differential equations (São Paulo, 1981)*, volume 957 of *Lecture Notes in Math.*, pages 34–87. Springer, Berlin, 1982.
- [11] Djairo G. de Figueiredo. *Lectures on the Ekeland variational principle with applications and detours*, volume 81 of *Tata Institute of Fundamental Research Lectures on Mathematics and Physics*. Published for the Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1989.
- [12] Klaus Deimling. *Nonlinear functional analysis*. Springer-Verlag, Berlin, 1985.
- [13] João Marcos do Ó. Teoria de pontos críticos de Lusternik-Schnirelmann e aplicações às equações diferenciais parciais. Notas de um mini-curso - I EBED, Campinas, 2003.

- [14] Lawrence C. Evans. *Partial differential equations*, volume 19 of *Graduate Studies in Mathematics*. American Mathematical Society, Providence, RI, second edition, 2010.
- [15] Nassif Ghoussoub. *Duality and perturbation methods in critical point theory*, volume 107 of *Cambridge Tracts in Mathematics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1993. With appendices by David Robinson.
- [16] David Gilbarg and Neil S. Trudinger. *Elliptic partial differential equations of second order*. Classics in Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2001. Reprint of the 1998 edition.
- [17] Maria do R. Grossinho and Stepan Agop Tersian. *An introduction to minimax theorems and their applications to differential equations*, volume 52 of *Nonconvex Optimization and its Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001.
- [18] Jorge Hounie. Teoria elementar das distribuições. 12º Colóquio Brasileiro de Matemática, Rio de Janeiro, 1979.
- [19] Otared Kavian. *Introduction à la théorie des points critiques et applications aux problèmes elliptiques*, volume 13 of *Mathématiques & Applications (Berlin) [Mathematics & Applications]*. Springer-Verlag, Paris, 1993.
- [20] Srinivasan Kesavan. *Topics in functional analysis and applications*. John Wiley & Sons Inc., New York, 1989.
- [21] Medeiros Luis A. and Miranda Mila M. *Espacos De Sobolev: Iniciação Ao Estudo de Problemas Elípticos Nao Homogêneos*. UFRJ. IM, Rio De Janeiro, 2000.
- [22] Augusto C. Ponce. Métodos clássicos em teoria do potencial. II Escola de Equações Diferenciais, Rio De Janeiro, 23-27 de Janeiro 2006.
- [23] Murray H. Protter and Hans F. Weinberger. *Maximum principles in differential equations*. Springer-Verlag, New York, 1984. Corrected reprint of the 1967 original.
- [24] Paul H. Rabinowitz. *Minimax methods in critical point theory with applications to differential equations*, volume 65 of *CBMS Regional Conference Series in Mathematics*. Published for the Conference Board of the Mathematical Sciences, Washington, DC, 1986.
- [25] Michael Struwe. *Variational methods*, volume 34 of *Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. 3. Folge. A Series of Modern Surveys in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, fourth edition, 2008. Applications to nonlinear partial differential equations and Hamiltonian systems.
- [26] Eduardo V. Teixeira. Um convite à análise geométrica de EDP's elíticas de 2ª ordem. IV Escola Brasileira de Equaçõs Diferenciais, João Pessoa, Agosto 2011.
- [27] Michel Willem. *Minimax theorems*. Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications, 24. Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1996.