



Prova - Nível 2

1. (20 pontos) Uma editora de livros decidiu liquidar seus bens e distribuir o valor total de R\$ 170.000,00 entre três autores, cujas contribuições para a editora foram de 5, 8 e 12 anos, respectivamente. O valor recebido por cada autor será proporcional ao tempo de contribuição.

Quanto recebeu o autor com o menor tempo de contribuição?

2. (20 pontos) Um colecionador de bolinhas de gude estava se divertindo contando sua coleção e percebeu um padrão curioso:

- Quando ele conta as bolinhas de 2 em 2, sempre sobra 1 bolinha;
- Quando ele conta as bolinhas de 3 em 3, sempre sobram 2 bolinhas;
- Quando ele conta as bolinhas de 4 em 4, sempre sobram 3 bolinhas;
- Quando ele conta as bolinhas de 5 em 5, sempre sobram 4 bolinhas.

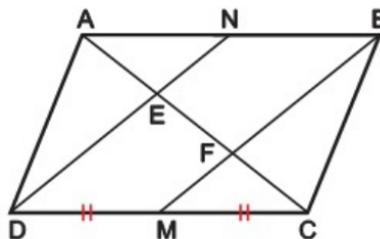
Qual é o menor número de bolinhas que ele pode ter para que tudo isso aconteça? Explique o seu raciocínio.

3. (20 pontos) Sejam m e n números inteiros positivos.

a) Suponha que m divide n . Sabendo que existe um único número real x tal que $x^2 + mx + n = 0$, prove que n é um quadrado perfeito.

b) Suponha que n divide m . Encontre todos os valores possíveis para m e n sabendo que $x^2 + mx + n > 0$ para todo número real x .

4. (20 pontos) O proprietário de um terreno em forma de um paralelogramo contrata um engenheiro para fazer uma divisão em seu terreno em forma de lotes, o qual foi dividido, conforme a figura abaixo.



Sabendo que $\overline{DE} = a$ metros, $\overline{AF} = b$ metros, $\overline{AN} = \overline{NB}$ e que $\overline{DM} = \overline{MC}$.

- a) Calcule a dimensão do segmento \overline{EN} .
- b) Calcule a dimensão do segmento \overline{FC} .
5. (20 pontos) Pedro, querendo comprar bombons para si e para seus dois irmãos, Paulo e Gustavo, pediu dinheiro ao pai. O pai, porém, respondeu que só daria o dinheiro se eles descobrissem quanto cada um receberia, com base nas seguintes condições:

- Darei, a cada um de vocês, uma quantia em reais;
- As quantias atribuídas a vocês serão números inteiros e positivos;
- A oitava parte da quantia de Pedro, somada à quinta parte da quantia de Gustavo e à décima primeira parte da quantia de Paulo, resulta em um total de R\$ 1,92954;

Sabendo que Pedro resolveu o desafio corretamente, determine os valores que cada filho recebeu.

Observação: O número 1,92954 representa a dízima periódica infinita 1,92954545454...