



Prova - Nível 1

1. (20 pontos) Um número natural é dito *unidunitê* se sua representação decimal é formada apenas pelos dígitos 1, 2 e 3 e, além disso, deve obedecer as seguintes regras:

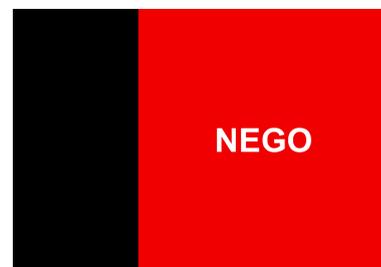
- Não podem haver dois (ou mais) dígitos 1 consecutivos;
- Não podem haver três (ou mais) dígitos 2 consecutivos;
- Não podem haver quatro (ou mais) dígitos 3 consecutivos.

Por exemplo, os números 1, 123, 3121 e 22312333 são números *unidunitês*, mas 11, 3222 e 2213333 não são.

- Quantos são os números *unidunitês* com três dígitos.
- Qual é o resultado positivo da subtração entre maior e o menor *unidunitê* de seis dígitos? Justifique sua resposta.

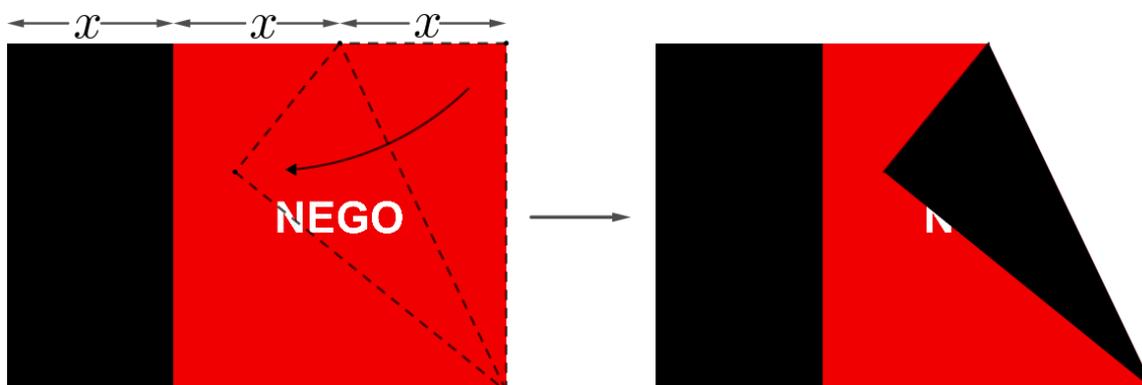
2. (20 pontos) A bandeira da Paraíba foi adotada em 25 de setembro de 1930.

Exatamente um terço da bandeira é na cor preta, simbolizando o luto pela morte de João Pessoa, ex-governador da Paraíba. Além disso, João Pessoa é associado à palavra “NEGO”, presente na parte vermelha da bandeira, que remete à sua recusa em aceitar a indicação como sucessor do então presidente da República.



- Uma bandeira da Paraíba foi confeccionada para uma escola no município de Sousa, sua altura equivale a 70% do seu comprimento, sabendo que o perímetro dessa bandeira corresponde a 4,36 metros, determine a área total da bandeira.
- Para que a bandeira seja vista de ambos os lados da mesma forma, ela deve ser confeccionada em tecido duplo e costurada frente e verso. Após a dobradura representada na figura a seguir, qual é o valor de área vermelha ainda visível?

Observação: Para a questão, desconsidere a palavra NEGO na cor branca na bandeira.



3. (20 pontos) Um número inteiro positivo cujos dígitos são os mesmos quando lidos da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda é chamado de palíndromo. Por exemplo, 474 e 222 são palíndromos.

- Quantos palíndromos existem entre 100 e 500?
- Quantos palíndromos entre 100 e 500 são múltiplos de 3 e 4 ao mesmo tempo?



4. (20 pontos) Um número é chamado de *irracional* quando não pode ser escrito como uma fração, ou seja, ele não pode ser representado na forma $\frac{a}{b}$, onde a e b são números inteiros e b é diferente de zero.

Dois exemplos de números irracionais que já conhecemos são $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.

Sejam x, y e z três números inteiros.

- a) Se $x + y\sqrt{2} = 0$, mostre que $x = y = 0$.
- b) Se $x + y\sqrt{2} + z\sqrt{3} = 0$ e y e z não têm divisores em comum, mostre que $x = y = z = 0$.
5. (20 pontos) A cidade de Cabaceiras-PB é conhecida nacionalmente como a “Roliúde Nordestina”, já foi cenário de séries, documentários, novelas e filmes, entre eles “O Auto da Compadecida”. Numa cena desse filme, João Grilo disse: “...estou cansado de viver nessa agonia, ficar rico, ficar pobre, ficar rico, ficar pobre...” quando se referia as moedas guardadas na porca a mais de 50 anos, que não valiam mais nenhum tostão, ganhadas por Rosinha ao se casar com Chicó.

Rosinha ficou com algo entre 400 e 450 moedas velhas e quer dividir entre várias crianças da cidade para que possam brincar, de modo que cada criança receba a mesma quantidade de moedas e o restante permaneça com a própria Rosinha. Se tiverem 10 crianças, Rosinha ficará com 7 moedas e se tiverem 8 crianças, ela ficará com 5 moedas.

- (a) Qual o número exato de moedas que Rosinha possui? Justifique sua resposta.
- (b) Sabendo que devemos ter mais de uma criança na divisão e que cada criança deve receber pelo menos uma moeda, qual é a quantidade máxima de moedas que pode restar para Rosinha? Justifique sua resposta.