- A prova começa às 8:00h e termina às 12:30h.
- Preencha o nome da equipe e dos alunos em todas as folhas de resposta.
- A equipe não pode ter ajuda de professores, pais ou responsáveis para resolver as questões.
- A equipe pode ter ajuda de professores, pais ou responsáveis somente para escanear e enviar a prova.

Prova - Nível 2

1. (20 pontos) O professor Wállace organizou o alfabeto numa tábua da seguinte forma

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

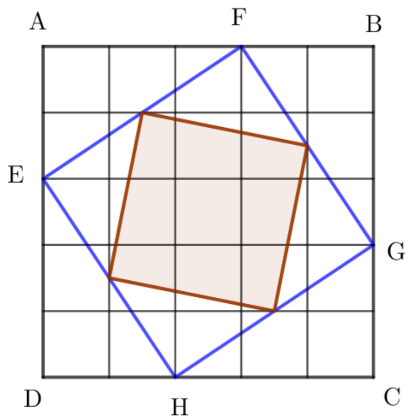
e resolveu atribuir um valor numérico a cada letra seguindo as seguintes regras:

- C=A+B, D=B+ C, E=C+ D,..., M=K+ L (ou seja, cada letra a partir de C, na primeira linha da tábua, é igual à soma das duas consecutivas que a antecedem).
- As letras que se encontram na mesma coluna terão o mesmo valor (isto é, A e N terão o mesmo valor, B e O terão o mesmo valor e assim por diante).

a) Suponha que A = 2 e B= 3. Determine o valor de O+P+M.

b) Se C = 66 e G = 363, qual é o valor que o professor Wállace escolheu para A e B?

2. (20 pontos) O quadrado ABCD da figura está dividido em 25 quadradinhos de mesmo tamanho. O quadrado sombreado tem os vértices sobre os pontos médios das arestas do quadrado EFGH.

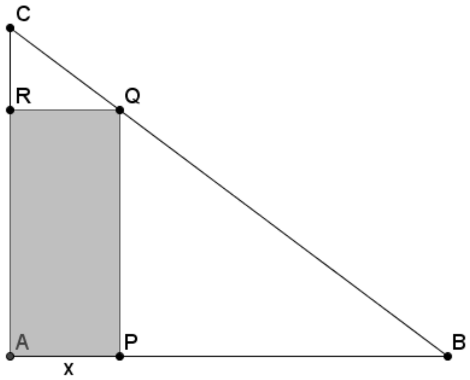


a) A área do quadrado EFGH corresponde a que fração da área do quadrado ABCD?

b) Se a área do quadrado ABCD é igual 100 cm^2. Qual é o comprimento da diagonal do quadrado sombreado?

3. (20 pontos) No triângulo retângulo ABC, o cateto AB mede 4 cm e o cateto AC mede 3 cm.

A uma distância x do ponto A encontra-se o ponto P sobre o lado AB e a partir dele são demarcados os pontos Q e R sobre os lados BC e AC, respectivamente, de modo que $APQR$ forme um retângulo, conforme a figura abaixo.



a) Calcule a área da região delimitada pelo retângulo $APQR$ para $x = 1$.

b) Encontre a expressão de $f(x)$, para $0 < x < 4$, onde $f(x)$ fornece a área da região delimitada pelo retângulo $APQR$ quando o ponto P está a uma distância x de A.

c) Explique por que a área do retângulo $APQR$ nunca ultrapassa a metade da área do triângulo ABC.

4. (20 pontos) O professor Pitágoras foi ao shopping com seu amigo Felipe e ao chegar lá percebeu que tinha esquecido sua carteira em casa. Para não ter que voltar, teve a ideia de enviar um PIX para Felipe de um valor entre $R\$ 10,00$ e $R\$ 99,99$ para que Felipe, que tinha dinheiro em sua carteira, lhe devolvesse o mesmo valor em espécie. Porém, ao entregar o dinheiro a Pitágoras, Felipe se confundiu e trocou os reais e os centavos, dando um valor errado ao professor Pitágoras, que guarda o dinheiro no seu bolso (que estava vazio) sem se dar conta do equívoco.

Após Felipe ir embora, o professor Pitágoras compra um chocolate no valor de $R\$ 1,72$ e ao fazer isso percebe que o dinheiro que está no seu bolso é três vezes o valor do PIX.

Pergunta: Se o valor verdadeiro do PIX era de x reais e y centavos, encontre x e y.

Observação: Como exemplo, se o valor original do PIX era $R\$ 30,84$ então Felipe ao se confundir deu na verdade $R\$ 84,30$ ao professor Pitágoras.

5. (20 pontos) Encontre todos os inteiros positivos a e b tais que

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \frac{4}{67}.$$

Boa prova!