Exercícios Complementares 5.2

5.2A Verifique se a função dada é ou não solução da *edo* indicada:

(a) $y = 2e^{-x} + xe^{-x}$; $\quad y'' + 2y' + y = 0.$

(b) $x = C_1e^{2t} + C_2e^{3t}$; $\quad \ddot{x} - 10\dot{x} + 6x = 0.$

(c) $y = \ln x$; $\quad xy'' + y' = 0, \quad x > 0.$

(d) $y = \left(x^2 - 1\right)^{-1}$; $\quad y' + 2xy^2 = 0, \quad -1 < x < 1.$

(e) $y = C_1 \operatorname{sen} 2x + C_2 \cos 2x$; $\quad y'' + 4y = 0.$

(f) $x = C_1 \operatorname{sen} \dfrac{1}{t} + C_2 \cos \dfrac{1}{t}$; $\quad \dfrac{d}{dt}\left(t^2\dot{x}\right) + \dfrac{1}{t^2}x = 0, \quad t > 0.$

(g) $y = \frac{1}{2}\left(e^x - e^{-x}\right)$; $\quad y^{(4)} - y = x.$

5.2B Encontre uma função $r(x)$ de modo que $y = \operatorname{sen}(\ln x)$, $x > 0$, seja solução da *edo*:

$$\left[r(x)\, y'\right]' + \frac{y}{x} = 0.$$

5.2C Determine as constantes C_1 e C_2 para que a função $y(x)$ atenda às condições indicadas:

(a) $y(x) = C_1 \operatorname{sen} 2x + C_2 \cos 2x + 1$; $\quad y(\pi/8) = 0,\ y'(\pi/8) = \sqrt{2}.$

(b) $y(x) = C_1e^{2x} + C_2e^{x} + 2 \operatorname{sen} x$; $\quad y(0) = 0,\ y'(0) = 1.$

5.2D Determine as trajetórias ortogonais às seguintes famílias de curvas:

(a) $y = \lambda x$ (b) $y^2 = 4\lambda x$ (c) $x^2 + y^2 - 2\lambda x = 0$ (d) $\lambda^2x^2 + y^2 = \lambda^2$

(e) $xy = \lambda$ (f) $y = \lambda e^x$ (g) $x^2 + y^2 = \lambda^2$ (h) $x^2 - y^2 = \lambda^2$.

5.2E Sabe-se que uma cultura de bactérias cresce a uma taxa proporcional à quantidade presente. Após uma hora, observam-se 1.000 fileiras de bactérias na cultura; e após quatro horas, 3.000 fileiras. Determine **(a)** a expressão do número aproximado $N(t)$ de fileiras de bactérias presentes na cultura no instante t e **(b)** o número aproximado N_0 de fileiras de bactérias no início da cultura.

5.2F Cinco ratos, em uma população estável de 500, são intencionalmente inoculados com uma doença contagiosa para testar uma teoria de disseminação da epidemia, segundo a qual a taxa da população infectada é proporcional ao produto do número de ratos infectados pelo número de ratos sem a doença. Admitindo que essa teoria seja correta, qual o tempo necessário para que a metade da população contraia a doença?

5.2G Sabe-se que a população de certo estado cresce a uma taxa proporcional ao número presente de habitantes. Se após dez anos a população triplicou e se após vinte anos a população é de 150.000 pessoas, determine o número inicial N_0 de habitantes no estado.

5.2H Certo material radioativo decai a uma taxa proporcional à quantidade presente. Se inicialmente há 100 miligramas e se, após dois anos, 5% do material decaiu, determine **(a)** a expressão para a massa $m(t)$ em um instante t e **(b)** o tempo necessário para o decaimento de 10% do material.

5.2I Sabe-se que o Cs^{137} (Césio 137) se desintegra a uma taxa proporcional à massa existente em cada instante. Sua meia-vida, isto é, o tempo necessário para 50% da massa inicialmente presente se desintegrar, é da ordem de 30 anos. Qual a percentagem que se desintegra em 1 ano?

5.2J Danielle depositou R$ 5.000,00 em uma conta que paga juros compostos continuamente. Admitindo que não haja depósitos adicionais ou retiradas, determine o saldo S da conta de Danielle após sete anos, se a taxa de juros é de 8,5% durante os quatro primeiros anos e de 9,25% durante os últimos três anos.

5.2K Um depositante aplica R$ 5.000,00 em uma conta em favor de um recém-nascido. Admitindo que não haja outros depósitos ou retiradas, de quanto a criança disporá ao atingir a idade de 21 anos, se o banco abona juros de 5% ao ano compostos continuamente durante o período?

5.2L Determine a taxa de juros i necessária para triplicar um investimento em dez anos sob capitalização contínua.

5.2M Um corpo à temperatura de 50^0F é colocado ao ar livre onde a temperatura é 100^0F. Se, após 5 minutos, a temperatura do corpo é de 60^0F, determine **(a)** o tempo t necessário para que o corpo atinja a temperatura de 75^0F e **(b)** a temperatura T do corpo após 20 minutos.

5.2N Um corpo com temperatura desconhecida é colocado em um quarto que é mantido à temperatura constante de 30^0F. Se, após 10 minutos, a temperatura do corpo é 0^0F e após 20 minutos é 15^0F, determine a temperatura inicial T_0 do corpo.

5.2O Um corpo à temperatura de 50^0F é colocado em um forno cuja temperatura é mantida em 150^0F. Se, após 10 minutos, a temperatura do corpo é de 75^0F, determine o tempo t necessário para que o corpo atinja a temperatura de 100^0F .

5.2P Uma barra de ferro, previamente aquecida a 1.200^0C, é resfriada em um tanque de água mantida à temperatura constante de 50^0C. A barra resfria 200^0C no primeiro minuto. Quanto tempo levará até que a barra resfrie outros 200^0C?

5.2Q Um tanque contém inicialmente 350 litros de salmoura com $10kg$ de sal. A partir de um dado momento, água pura começa a entrar no tanque à razão de 20 litros por minuto, enquanto a mistura bem-homogeneizada sai do tanque à mesma razão. Qual a quantidade $Q\,(t)$ de sal no tanque após t minutos? O que acontece com a quantidade de sal no tanque à medida que o tempo passa?

5.2R Um tanque contém inicialmente 350 litros de salmoura com $1kg$ de sal. A partir de uma dado momento, outra solução de salmoura com $1kg$ de sal por litro começa a entrar no tanque à razão de 10 litros por minuto, enquanto a mistura bem-homogeneizada sai do tanque à mesma razão. Determine **(a)** a quantidade $Q\,(t)$ de sal no tanque no instante t e **(b)** o instante t em que a mistura no tanque contém exatamente $2kg$ de sal.

5.2S Um tanque contém 380 litros de salmoura obtida dissolvendo-se $27kg$ de sal na água. Água salgada com $0,10kg$ de sal por litro, entra no tanque à razão de 7,5 litros por minuto, e a mistura bem-homogeneizada sai do tanque à mesma razão. Determine a quantidade Q de sal no tanque após 30 minutos.

5.2T Um tanque contém inicialmente 300 litros de salmoura com $0,225kg$ de sal por litro. Em $t = 0$, começa a entrar no tanque outra solução de salmoura com $0,120kg$ de sal por litro, à razão de 15 litros por minuto, enquanto a mistura, bem-homogeneizada, sai do tanque à razão de

30 litros por minuto. Determine a quantidade de sal no tanque quando este contiver exatamente 150 litros de salmoura.

5.2U Deixa-se cair de uma altura de $30m$ um corpo de $30kg$, com uma velocidade inicial de $3\,m/s$. Admitindo que a resistência do ar seja proporcional à velocidade e que a velocidade-limite é de 43 m/s, determine a expressão da velocidade $v(t)$ e da posição $y(t)$ do corpo num instante t.

5.2V Deixa-se cair de uma altura de $150m$ um corpo de $15kg$ de massa, sem velocidade inicial. Desprezando a resistência do ar, determine a expressão da velocidade $v(t)$ e da posição $y(t)$ do corpo num instante t. Qual o tempo necessário para o corpo atingir o solo?

5.2X Deixa-se cair de uma altura de 300 m uma bola de 75 kg. Determine a velocidade limite v da bola, se a força, devido à resistência do ar, é de $-0,5v$.

5.2Y Desprezando a resistência do ar e a atração gravitacional dos outros corpos celestes, determine a velocidade inicial mínima (*velocidade de escape*) com que um corpo deve ser lançado da terra, em uma direção radial, para escapar do planeta.

Exercícios Complementares 5.4

5.4A As seguintes equações diferenciais são apresentadas na forma normal e na forma diferencial. Classifique-as em: linear(L), a variáveis separáveis (VS), exatas (E) ou a coeficientes homogêneos (H):

(a) $y' = xy$; $\quad xydx - dy = 0$

(b) $y' = xy$; $\quad xdx - \dfrac{1}{y}dy = 0$

(c) $y' = \dfrac{xy^2}{x^2y + y^3}$; $\quad xy^2dx - \left(x^2y + y^3\right)dy = 0$

(d) $y' = \dfrac{-xy^2}{x^2y + y^2}$; $\quad xy^2dx + \left(x^2y + y^2\right)dy = 0.$

5.4B Resolva por integração formal, indicando onde a solução está definida:

(a) $y' = 5y$ $\quad$ (b) $(2x-1)\cos^4 ydx + \left(x^2 - 2x + 2\right)dy = 0$

(c) $xdx - y^2dy = 0$ $\quad$ (d) $\sqrt{1-y^2}dx + \left(1 + x^2\right)dy = 0$

(e) $y\ln xdx - 2ydy = 0$ $\quad$ (f) $\left(x^2+1\right)dx + \left(y^2 + y\right)dy = 0.$

5.4C Encontre a solução geral de cada *edo* dada a seguir:

(a) $y' + y = 3$ (b) $xy' + 4y = x^5$ (c) $xy' + y = 2x + e^x$

(d) $y' - 7y = \operatorname{sen} 2x$ (e) $x^2y' - 3y = 1$ (f) $x^2y' - xy = x^3 + 4$

(g) $y' + ay = b$, $a \neq 0$ (h) $y' = e^{x-y}$ (i) $(1 + e^x)\, yy' = e^x$

(j) $xy' + y = xe^{x^2}$ (k) $y' = \dfrac{xy^2 - y}{x}$ (l) $\cos(y') = 0$.

5.4D Usando um fator integrante do tipo $I = \exp\left(-\int g(y)\, dy\right)$, onde $g(y) = \frac{1}{P}[P_y - Q_x]$, determine a solução geral da *edo* não linear:

$$y' = \frac{3x^2y}{x^3 + 2y^4}.$$

5.4E Usando o método do Exemplo 5.2.12 encontre a solução geral das seguintes equações de Bernoulli:

(a) $y' + xy = 6x\sqrt{y}$ (b) $\dfrac{dx}{dy} = x^2 - x$ (c) $3\, y' + y = (1 - 2x)\, y^4$

(d) $y' - y = x\sqrt{y}$ (e) $y' - \dfrac{3}{x}y = x^4 \sqrt[3]{y}$ (f) $xy' = y + xy^3 (1 + \ln x)$

5.4F Se $y_0(x)$ é uma solução da *edo* linear $y' + a(x)\, y = b(x)$, verifique que:

$$y_1(x) = y_0(x) + C \exp(-\textstyle\int a(x)\, dx)$$

também é solução, para qualquer valor da constante C.

5.4G Verifique que as *edo*'s dadas abaixo são exatas, resolvendo-as a seguir:

(a) $3x^2ydx + x^3dy = 0$ (b) $(x + \dfrac{y}{x^2 + y^2})dx + (y - \dfrac{x}{x^2 + y^2})dy = 0$

(c) $(x - 1)^2\, dx - 2ydy = 0$ (d) $(2x - y)\, dx + (2y - x)\, dy = 0$.

5.4H Determine um fator integrante para cada uma das *edo*'s abaixo e em seguida encontre a solução geral de cada uma delas:

(a) $\left(y + x^3y^3\right) dx + xdy = 0$ (b) $\left(y - xy^2\right) dx + xdy = 0$

(c) $\left(y + x^4y^2\right) dx + xdy = 0$ (d) $xydy + \left(x^2 + 2y^2 + 2\right) dy = 0$

(e) $xy^2dx + \left(x^2y^2 + x^2y\right) dy = 0$ (f) $\left(x^2 + y^2 + 1\right) dx - (xy + y)\, dy = 0$

(g) $(2xy^2 + \dfrac{x}{y^2})dx + 4x^2ydy = 0$ (h) $\left(x^2 + y^2 - a^2\right) dx - 2xydy = 0$

(i) $\left(y + x^3 + xy^2\right) dx - xdy = 0$ (j) $\left(x^3y^2 - y\right) dx + \left(x^2y^4 - x\right) dy = 0$

(k) $\left(x^2 + y^2 + y\right) dx - xdy = 0$ (l) $3x^2y^2dx + \left(2x^3y + x^3y^4\right) dy = 0$.

5.4I Verifique que a substituição $x = u^m$ e $y = v^n$, sendo m e n não nulos tais que $2m = 3n$, reduz a *edo*:

$$\left(2x^3 + 4xy^3\right) dx + \left(6x^2y^2 - 3y^5\right) dy = 0$$

a uma *edo* com coeficientes homogêneos e em seguida determine a solução geral da equação.

5.4J Imitando o método utilizado no exercício precedente, encontre a solução geral da *edo*:

$$xydx + \left(xy^4 - 2x^2\right) dy = 0, \ x > 0, \ y > 0.$$

5.4K Cada *edo* dada abaixo tem coeficientes homogêneos. Encontre a solução geral em cada caso:

(a) $\left(x^2 - y^2\right) dx + 2xydy = 0$ (b) $(x^2 \operatorname{tg}(y^2/x^2) - 2y^2)dx + 2xydy = 0$

(c) $\left(x^2 + y^2\right) dx + xydy$ (d) $\left(x^4 + 2y^4\right) dx - xy^3dy = 0$

(e) $(x \operatorname{tg}(y/x) - y)dx + xdy = 0$ (f) $\left(x^3 + 2xy^2\right) dx + \left(y^3 + 2x^2y\right) dy = 0.$

5.4L Encontre a *edo* de primeira ordem com a seguinte família de curvas integrais:

(a) $y = Cx$ (b) $y^2 = 2Cx$ (c) $x^2 + y^2 = 2Cx$ (d) $xy = C.$

5.4M Escreva as seguintes *edo*'s na forma exata e em seguida encontre a solução geral de cada uma delas:

(a) $xdy - ydx = \left(x^2 + y^2\right) dx$ (b) $xdy + ydx + x^4y^4\,(ydx + xdy) = 0$

(c) $\sqrt{x^2 + y^2}dx = xdy - ydx$ (d) $3y\,(ydx + 3xdy) = 2x^2\,(3ydx + 2xdy)$

(e) $\dfrac{ydx - xdy}{x^2y^4} = xdy + ydx$ (f) $3xydx + 2x^2dy = 6y^3dx + 12xy^2dy.$

5.4N Efetuando as substituições indicadas, determine a solução geral das seguintes equações diferenciais:

(a) $y' + 1 = 4e^{-y} \operatorname{sen} x;\ z = e^y$ (b) $(y - 4x)^2\, dx - dy = 0;\ z = y - 4x$

(c) $4(y')^2 - 9x = 0;\ z = y'$ (d) $y' \operatorname{sen} y = \cos y\,(1 - x\cos y)\,;\ z = \sec y$

(e) $\operatorname{tg}^2(x + y)\, dx - dy = 0;\ z = x + y$ (f) $(x + y)\, dx + (3x + 3y - 4)\, dy = 0;\ z = x + y$

(g) $y(y')^2 + (x - y)\, y' = x;\ z = y'$ (h) $y' \operatorname{sen} y = \cos x(2\cos y - \operatorname{sen}^2 x);\ z = \cos y.$

Exercícios Complementares 5.7

5.7A O Teorema de Existência e Unicidade é aplicável ao p.v.i. $xy' - 2y = 0,\ \ y(1) = 1$?

5.7B Verifique que as funções $y \equiv 0$ e $y(x) = x^2$ são soluções do p.v.i. $xy' - 2y = 0,\ \ y(0) = 0$. Por que esse exemplo não viola o Teorema de Existência e Unicidade?

5.7C Quantas soluções da *edo* $y' = 1 - y^2$ passam pela origem? Quais são essas soluções?

5.7D Utilizando o Teorema de Existência e Unicidade, mostre que a função $y(x) \equiv 0$ é a única solução do p.v.i.:

$$\begin{cases} y'' + e^x y' + (x+1)\, y = 0 \\ y(1) = 0,\ \ y'(1) = 0. \end{cases}$$

5.7E Considere o exercício anterior para $y(x) \equiv 1$ e o p.v.i.:

$$\begin{cases} y''' + x^2 y'' + \sqrt{x^2+1}\, y' = 0 \\ y(0) = 1,\ \ y'(0) = 0,\ \ y''(0) = 0. \end{cases}$$

5.7F No Exemplo 5.3.2 encontramos a solução geral da *edo* $y'' + y = 0$. Mostre que essa *edo* não possui solução satisfazendo às condições $y(0) = 0$ e $y(\pi) = 1$.

5.7G Mostre que $y(x) = C\cos 2x$ é a solução geral do sistema $\begin{cases} y'' + 4y = 0 \\ y'(0) = 0. \end{cases}$

5.7H Seja $y(x)$, $a \le x \le b$, uma solução da *edo* $y'' + 2xy' + 4y = 0$, cujo gráfico é tangente ao eixo x no ponto de abscissa x_0 do intervalo $[a, b]$. Mostre que a solução $y(x)$ é identicamente nula.

5.7I Resolva os seguintes problemas de valor inicial (p.v.i.). Nos problemas de segunda ordem use a substituição $z = y'$:

(a) $y' - y = 1;\ y(0) = 0$

(b) $e^{-x} y' + 2e^x y = e^x;\ \ y(0) = 1/2 + 1/e$

(c) $xy' + 2y = x^2;\ y(1) = 0$

(d) $(\operatorname{sen} x)\, y' + (\cos x)\, y = \cos 2x;\ y(\frac{\pi}{2}) = \frac{1}{2}$

(e) $xy' + y = 2x;\ y(1) = 1$

(f) $\left(x^2 + y^2\right) dx + 2xydy = 0;\ y(1) = 1$

(g) $y' + 2xy = 2x^3;\ y(0) = 1$

(h) $y'' + y' = 2;\ y(0) = 1;\ y'(0) = 1$

(i) $\dfrac{ydx - xdy}{x^2 + y^2} = 0;\ y(2) = 2$

(j) $2yy'' = -1 + (y')^2;\ y(0) = 1,\ y'(0) = 1.$

Respostas e Sugestões

Exercícios 5.2

5.2A (a) V (b) F (c) V (d) V (e) V (f) V (g) F **5.2B** $r(x) = x$ **5.2C** (a) $C_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{2}$; $C_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2}$ (b) $C_1 = -1$; $C_2 = 1$

5.2D

(a) $x^2 + y^2 = C^2$	(b) $2x^2 + y^2 = C^2$	(c) $x^2 - y^2 = C$	(d) $x^2 + y^2 - \ln x^2 = C$
(e) $x^2 + y^2 - 2Cy = 0$	(f) $2x + y^2 = C$	(g) $y = Cx$	(h) $xy = C$

5.2E (a) $N(t) = 694 \exp(0,366t)$; (b) $N_0 = N(0) = 694$.

5.2F $t = \dfrac{\ln 99}{500k}$. **5.2G** $N(t) = 16.620 \exp(0,11t)$; $N_0 = 16.620$.

5.2H $m(t) = 100 \exp(-0,026t)$; (b) $t = 4,05$ anos. **5.2I** $2,3\%$ da massa original.

5.2J $N(t) = k \exp(0,085t)$, $0 \le t \le 4$, e $N(4) = R\$\,7.024,74$.

$N(t) = k \exp(0,0925t)$, $4 \le t \le 7$, e $N(7) = R\$\,9.271,44$.

5.2K $R\$14.288,26$. **5.2L** $i = 10,99\%$. **5.2M** (a) $t = 15,4\,\text{min}$; (b) $79,5^0F$.

5.2N $T_0 = -30^0F$. **5.2O** $T(t) = -100e^{-0,029t} + 150$; $T(100) = 23,9\,\text{min}$.

5.2P Mais $1,24\,\text{min}$. **5.2Q** $Q(t) = 10 \exp(-0,057t)$; $\lim_{t\to\infty} Q(t) = 0$.

5.2R (a) $Q(t) = -344e^{-0,029t} + 345$; (b) $t = -(0,029)^{-1} \ln(\frac{343}{344}) \simeq 0,1\,\text{min}$.

5.2S $31,74kg$ **5.2T** $25,9kg$. **5.2U** $v(t) = 9,81t$; $y(t) = 4,905t^2$; $5,53s$.

5.2V $v(t) = -39,65e^{-0,23t} + 42,65$; $y(t) = 172e^{-0,23t} + (42,65)\,t - 172$ **5.2X** 150 m/s. **5.2Y** $11,2\,km/s$.

Exercícios 5.4

5.4A (a) L; VS (b) L; VS; E (c) H (d) E

5.4B (a) Ce^{5x} (b) $\ln(x^2 - 2x + 2) + \operatorname{arctg}(x-1) + \operatorname{tg} y + \frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 y = C$ (c) $\left(\frac{3}{2}x^2 + C\right)^{1/3}$
(d) $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcsen} y = C$ (e) $x \ln x - x - 2y = C$ (f) $2x^3 + 6x + 2y^3 + 3y^2 + C$

5.4C

(a) $y = 3 + Ce^{-x}$ (b) $y = C/x^4 + x^5/9$ (c) $y = x + x^{-1}e^x + Cx^{-1}$

(d) $y = Ce^{7x} - \frac{1}{53}(2\cos 2x + 7\,\mathrm{sen}\,2x)$ (e) $y = Ce^{-3x} - 1/3$ (f) $y = Cx + x^2 - 2/x$

(g) $y = b/a + Ce^{-ax}$ (h) $y = \ln(e^x + C)$ (i) $y = y^2 = 2\ln(1 + e^x) + C$

(j) $y = \left[\exp\left(x^2\right) + C\right]/2x$ (k) $y = -\left(x \ln Cx\right)^{-1}$ (l) $y = (k\pi + \pi/2)\,x,\ \ k \in \mathbb{Z}$

5.4D $x = \left(\frac{2}{3}y^4 + Cy\right)^{1/3}$

5.4E

(a) $y = (Ce^{-x^2/4} + 6)^2$ (b) $x = (1 + Ce^y)^{-1}$ (c) $y^3\left(Ce^x - 2x - 1\right) = 1$

(d) $y = (Ce^{x/2} - x - 2)^2$ (e) $y = (Cx^2 + \frac{2}{9}x^5)^{3/2}$ (f) $x^2 = y^2\left[C - \frac{2}{3}x^3\left(\frac{2}{3} + \ln x\right)\right]$

5.4G

(a) $x^3y = C$ (b) $x^2 + y^2 + 2\,\mathrm{arctg}\,(x/y) = C$

(c) $(x-1)^3 - y^2 = C$ (d) $x^2 - xy + y^2 = C.$

5.4H

(a) $I = \dfrac{1}{x^3y^3};\ \dfrac{1}{y^2} = 2x^2\left(x + C\right)$ (b) $I = \dfrac{-1}{x^2y^2};\ \ \ln|x| + \dfrac{1}{xy} = C$

(c) $I = 1/x^2y^2;\ y = \left(x^4/3 - Cx\right)^{-1}$ (d) $I = y;\ x^2y^2 + y^4 + 2y^2 = C$

(e) $I = 1/x^2y^2;\ \ln|xy| = C - y$ (f) $\ln|x+1| + \dfrac{4\left(x+1\right) - y^2 - 2}{2\left(x+1\right)} = C$

(g) $I = y^2;\ 2x^2y^4 + x^2 = C$ (h) $I = 1/x^2;\ x^2 - y^2 + a^2 = Cx$

(i) $I = \dfrac{-1}{x^2 + y^2};\ y = x\,\mathrm{tg}(C + \dfrac{x^2}{2})$ (j) $I = 1/x^2y^2;\ 3x^3y + 2xy^4 + Cxy = -6$

(k) $I = \dfrac{-1}{x^2 + y^2};\ y = x\,\mathrm{tg}\left(x + C\right)$ (l) $I\left(x,y\right) = \dfrac{1}{x^3y^2};\ \ |x|^3 y^2 \exp\left(y^3/3\right) = C$

5.4I $x^4 + 8x^2y^3 - 2y^6 = C$ **5.4J** $y^4 + 2xy^2 = Cy^2.$

5.4K

(a) $\left(x^2 + y^2\right)\left|x^3\right| = C$ (b) $x\,\mathrm{sen}\left(y^2/x^2\right) = C$ (c) $x^4 + 2x^2y^2 = C$

(d) $y^4 = Cx^8 - x^4$ (e) $\ln|x\,\mathrm{sen}\,(y/x)| = C$ (f) $x^4 + 4x^2y^2 + y^4 = C$

5.4L

(a) $xdy - ydx = 0$ (b) $ydx - 2xdy = 0$ (c) $\left(x^2 - y^2\right)dx + 2xydy = 0$ (d) $xdy + ydx = 0$

5.4M

(a) $y = x \operatorname{tg}(x + C)$ (b) $3x^4y^4 + Cx^3y^3 = 1$

(c) $x^2 = C(y + \sqrt{x^2 + y^2})$ (d) $2x^3y^2 - 3xy^3 = C$

(e) $x^3y^4 - 3x = Cy$ (f) $x^3y^2 - 3x^2y^4 = C.$

(g) $y = \operatorname{arcsec}(Ce^x + x + 1)$ (h) $\cos y = \frac{1}{2}\left(\operatorname{sen}^2 x - \operatorname{sen} x + 1\right) + Ce^{-\operatorname{sen} x}$

5.4N

(a) $e^y = Ce^{-x} + 2(\operatorname{sen} x - \cos x)$ (b) $\ln\left(\dfrac{y - 4x - 2}{y - 4x + 2}\right) - 4(x - C) = 0$

(c) $y = \pm x^{3/2} + C,\ C > 0$ (d) $y = \operatorname{arcsec}(1 + x + Ce^x)$

(e) $2y - 2x + \operatorname{sen}(x + y) = C$ (f) $2\ln|2 - x - y| + x + 3y = C$

(g) $x^2 + y^2 = C,\ x + y < 0$ (h) $\cos y = Ce^{-2\operatorname{sen} x} + \frac{1}{2}\left(\operatorname{sen} x - \operatorname{sen}^2 x + \frac{1}{2}\right)$

Exercícios 5.7

5.7A Sim. Neste caso $y' = f(x, y)$, sendo $f(x, y) = 2y/x$ contínua, juntamente com a derivada parcial f_y, em um ”pequeno retângulo” contendo o ponto $A(1, 1)$.

5.7B O Teorema de Existência e Unicidade não é violado porque ele não se aplica neste caso.

5.7C A função $y = \dfrac{\exp(2x) - 1}{\exp(2x) + 1}$ é a única solução da *edo* $y' = 1 - y^2$ que passa pela origem.

5.7I

(a) $y = e^x - 1$ (b) $y = \frac{1}{2} + \exp\left(-e^{2x}\right)$ (c) $y = \frac{1}{4}\left(x^2 - x^{-2}\right)$

(d) $y = \cos x + 1/2 \operatorname{sen} x$ (e) $y = x$ (f) $y = \sqrt{(4 - x^3)/3x}$

(g) $y = 2e^{-x^2} + x^2 - 1$ (h) $y = 2x + e^{-x}$ (j) $y = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + 1/2$ (i) $y = x$