

Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Depto de Matemática
Disciplina: Equações Diferenciais Ordinárias
Professor: Milton

Turno: Tarde
Data: 04/03/2010

4ª Lista de Exercícios

1. Nos problemas abaixo encontre a solução geral dos sistemas dados:

$$(a) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 3y \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + 2y \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y \end{cases}$$

$$(c) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 10 & -5 \\ 8 & -12 \end{pmatrix} \mathbf{X}$$

$$(d) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{X}$$

$$(e) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 2 \\ 4 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 6 \end{pmatrix} \mathbf{X}$$

2. Resolva os problemas de valor inicial dados:

$$(a) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 1 & -1/2 \end{pmatrix} \mathbf{X}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$(b) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3. Resolva os problemas a seguir

$$(a) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y \\ \frac{dy}{dt} = 9x - 3y \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -6x + 5y \\ \frac{dy}{dt} = -5x + 4y \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y - z \\ \frac{dy}{dt} = x + y - z \\ \frac{dz}{dt} = x - y + z \end{cases}$$

$$(d) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix} \mathbf{X}$$

$$(e) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X}$$

4. Resolva os problemas de valor inicial dados:

$$(a) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix} \mathbf{X}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \end{pmatrix}$$

(b)

$$(c) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{X}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

5. Resolva os seguintes problemas:

$$(a) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x - y \\ \frac{dy}{dt} = 5x + 2y \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - y \end{cases}$$

$$(c) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 4 & -5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \mathbf{X}$$

$$(d) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{X}$$

$$(e) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 6 & 0 \\ -4 & 0 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{X}$$

6. Resolva os problemas de valor inicial dados:

$$(a) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} \mathbf{X}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{pmatrix} -2 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$(b) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 1 & -12 & -14 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \mathbf{X}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

7. Resolva os problemas não-homogêneos a seguir:

$$(a) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - 3y + 4 \\ \frac{dy}{dt} = 2x - 2y - 1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 2y + 4t \end{cases}$$

$$(c) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{X} + \begin{pmatrix} 2e^{-t} \\ e^{-t} \end{pmatrix}$$

$$(d) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 8 & -6 \end{pmatrix} \mathbf{X} + \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \frac{e^{-2t}}{t}$$

$$(e) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{X} + \begin{pmatrix} \operatorname{tg} t \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(f) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{X} + \begin{pmatrix} e^t \\ e^{2t} \\ te^{3t} \end{pmatrix}$$

8. Resolva os problemas de valor inicial dados a seguir:

$$(a) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \mathbf{X} + \begin{pmatrix} 4e^{2t} \\ 4e^{4t} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \mathbf{X}' = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \mathbf{X} + \begin{pmatrix} 1/t \\ 1/t \end{pmatrix}, \quad \mathbf{X}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$