

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
DISCIPLINA: Cálculo I

PERÍODO: 2011.1 (17/06/2011)

Nome: _____ Matrícula: _____

Terceira Prova

1. (2.0) Considere a função $f(x) = x^x$, $x > 0$:
 - a) Determine os pontos críticos de f ;
 - b) Determine a região de crescimento e decrescimento;
 - c) Determine a concavidade e pontos de inflexão;
 - c) Faça um esboço do gráfico de f .
2. (2.0) Seja g derivável em $[a, b]$ e suponha que $g'(a) < k < g'(b)$. Mostre que existe $c \in (a, b)$ tal que $g'(c) = 0$.
3. (2.0) Seja (x_0, y_0) tais que $x_0 > 0$ e $y_0 > 0$, um ponto da elipse $x^2 + 4y^2 = 1$.
 - a) Verifique que a reta tangente à elipse no ponto (x_0, y_0) tem por equação $x_0x + 4y_0y = 1$;
 - b) Determine x_0 de modo que a área do triângulo determinado pela reta tangente no ponto (x_0, y_0) e pelos eixos coordenados seja mínima.
4. (1.0) Um canhão, situado no solo, é posto sob um ângulo de inclinação α . Seja l o alcance do canhão, dado por $l(\alpha) = \frac{2\nu^2}{g} \sin\alpha \cos\alpha$, onde ν e g são constantes. Para que ângulo o alcance é máximo?
5. (2.0) Um cilindro reto é inscrito numa esfera de raio R . Determine as dimensões desse cilindro em função de R , de forma que seu volume seja máximo.
6. (1.0) Uma função f , possuindo por domínio o intervalo $(0, +\infty)$, apresenta as seguintes características:
 - a) $f(x) \geq 1 \forall x \in \mathbb{R}$, $f(2) = 1$ e $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$;
 - b) $f'(x) < 0$ para todo $x < 2$ e $f'(x) = 0$ para todo $x \geq 2$;
 - c) $f''(x) > 0$ para todo $x < 2$.

Como você esboçaria o gráfico de?