

1. Sejam (M, d) um espaço métrico e $f, g : M \rightarrow R$ funções contínuas no ponto $a \in M$. Se $f(a) < g(a)$, mostre que existe $\delta > 0$ tal que, para $x, y \in M$, $d(x, a) < \delta$, $d(y, a) < \delta \Rightarrow f(x) < g(y)$.
2. Sejam E e F espaço vetoriais normados. Mostre que as seguintes afirmações são equivalentes a respeito de uma transformação linear $T : E \rightarrow F$:
 - (i) T é contínua
 - (ii) T é contínua na origem
 - (iii) Existe $c > 0$ tal que $\|T(x)\|_F \leq c\|x\|_E$ para todo $x \in E$
 - (iv) Existe $c > 0$ tal que $\|T(x) - T(y)\|_F \leq c\|x - y\|_E$ para todo $x, y \in E$.
3. Mostre que toda isometria entre espaço métricos é um homeomorfismo.
4. Seja E um espaço vetorial normado. Mostre que duas bolas abertas quaisquer $B(a, r)$ e $B(b, s)$ são homeomorfas.
5. Mostre que toda bola aberta de um espaço vetorial normado E é homeomorfa ao espaço inteiro E .
6. Usando a projeção estereográfica mostre que a esfera S^n menos o pólo norte e R^n são homeomorfos.
7. Mostre que o gráfico de uma função contínua é homeomorfo ao domínio.
8. Mostre que o cilindro vertical $C = \{(x, y, z) \in R^3 : x^2 + y^2 = 1\}$ e plano menos a origem $P = R^2 - \{(0, 0)\}$ são homeomorfos.
9. Sejam d_1, d_2 e d_3 métricas sobre o conjunto M . Se $d_3 \succ d_2 \succ d_1$ e $d_1 \sim d_3$. Mostre que $d_1 \sim d_2 \sim d_3$.
10. Mostre que as métricas $d(x, y) = |x - y|$ e $\delta(x, y) = |x^{-1} - y^{-1}|$ são equivalentes em $M = (0, +\infty)$.