UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CCEN - Departamento de Matemática
http://www.mat.ufpb.br

Complementos de Matemática

1^a Lista de Exercícios

Prof. Pedro A. Hinojosa

1. Razões e Proporções

A razão entre dois números A e B com $B \neq 0$ é o quociente de A por B, $\frac{A}{B}$ ou $A : B$. O número A é chamado *antecedente e o número B consequente.*

Exemplo: *A razão entre 10 e 40 é $\frac{10}{40}$ ou $\frac{1}{4}$ ou $1 : 4$ ou ainda 0,25.*

Duas razões são ditas inversas entre si quando o produto delas é igual a 1.

Exemplo: *Se $A \neq 0$ e $B \neq 0$, então $\frac{A}{B}$ e $\frac{B}{A}$ são razões inversas entre si.*

Alguns exemplos especiais de razões são:

i) Velocidade Média. Quociente entre a distância percorrida e o tempo gasto em percorrê-la.

ii) Escala. Usada em mapas e desenhos, é o quociente entre o comprimento no desenho e o comprimento real.

iii) Densidade Demográfica. Quociente entre o número de habitantes e a área ocupada por estes.

Uma **proporcão** *é uma igualdade entre duas razões, ou seja $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ ou $A : B = C : D$. Na proporção $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$ (Lê-se: A está para B, assim como C está para D) os números A, B, C e D são chamados* **termos da proporção.** *Os números A e D são chamados* **extremos da proporção** *enquanto que B e C são chamados* **meios da proporção.** *A divisão entre A e B (que é igual à divisão entre C e D) é uma constante K denominada* **constante de proporcionalidade** *dessa razão.*

As regras elementares da matemática nos levam a concluir que:

$$AD = BC, \qquad \frac{A \pm B}{B} = \frac{C \pm D}{D}, \qquad \frac{A \pm C}{B \pm D} = \frac{A}{B} = \frac{C}{D}.$$

2. Proporcionalidade

Grandezas diretamente proporcionais: *Duas grandezas são diretamente proporcionais quando aumentando-se ou diminuindo-se uma delas a outra diminui na mesma proporção. Assim, se duas grandezas A e B são diretamente proporcionais, os núneros que expressam essas grandezas variam na mesma razão, ou seja existe uma constante K tal que $\frac{A}{B} = K$.*

Exemplo: *Suponha que, a velocidade média de um automóvel seja de 50 $\frac{Km}{h}$ (Km = Kilometros, h = horas) então em duas horas tal automóvel percorre 100 km, em 3 horas 150 km, em 5 horas 250 km, etc. Notamos que duplicando o intervalo de tempo, duplica*

também a distância percorrida, triplicando a intervalo de tempo a distância também triplica, etc. As grandezas distância e tempo são diretamente proporcionais.

$\frac{d}{t} = K =$ *Constante de proporcionalidade (= velocidade média).* $\frac{50}{1} = \frac{100}{2} = \frac{150}{3} = \frac{250}{5}$... *etc.*

Grandezas inversamente proporcionais: *Duas grandezas são inversamente proporcionais quando aumentando uma delas, a outra diminui na mesma proporção, ou, diminuindo uma delas a outra aumenta na mesma proporção. Assim, se duas grandezas são inversamente proporcionais, então os números que representam essas grandezas variam na razão inversa, ou seja existe uma constante K tal que* $A = \frac{K}{B}$ *ou* $AB = K$.

Exemplo: *A força de atração F entre duas massas é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas. Consequentemente se dobramos a distância entre duas massas dadas a força de atração entre elas diminuirá à quarta parte do seu valor inicial e se triplicamos a distância entre as massas, a força de atração entre elas diminuirá à nona parte do seu valor inicial.*

3. Regra de Três

É costume chamar regra de três a um processo de resolução de problemas de quatro valores, que estão numa certa proporção, dos quais tres são conhecidos e deve-se determinar o quarto. Isto não passa de um modo complicado e ultrapassado de trabalhar com proporções . Acredita-se que a regra de três tenha sido descoberta por comerciantes indianos e foi uma das poucas que sobreviveu à notação matemática introduzida por Viète em 1600 aprox.

Exemplo: *Um carro percorre 100 km. em 2 horas, mantendo a mesma velocidade média , em quanto tempo percorrerá 250 km?*

Note que as grandezas são diretamente proporcionais, ou seja aumentando o percurso o tempo gasto pelo carro aumenta. Logo $\frac{100}{2} = \frac{250}{x}$, *donde* $x = 5$.

Um método (receita) prático para resolver problemas de "regra de três composta

1. Escreva em columas as variáveis do mesmo tipo (expressas na mesma unidade de medida).

2. Identifique aquelas que são diretamente proporcionais e aquelas que são inversamente proporcionais, marcando-as com setas no mesmo sentido no caso de proporcionalidade direta e com setas em sentidos opostos no caso de proporcionalidade inversa.

3. A incognita x será determinada como no esquema abaixo.

Suponha que as grandezas A, B, C e D assumem os valores indicados na tabela e que A é diretamente proporcional a B, inversamente proporcional a C e inversamente proporcional a D.

$A \uparrow$	$B \uparrow$	$C \downarrow$	$D \downarrow$
a	b	c	d
x	r	s	t

Neste caso, o valor de x será dado pela proporção $\frac{a}{x} = \frac{b}{r} \cdot \frac{s}{c} \cdot \frac{t}{d}$, *ou seja,* $x = a\frac{rcd}{bst}$. *Note a inversão feita dos valores das grandezas inversamente proporcionais.*

Exemplo: *25 máquinas trabalhando 8 horas por dia, durante 10 dias, produzem 1200 unidades de um determinado produto. Quantas unidades do mesmo produto produzirão 20 máquinas, trabalhando 9 horas por dia durante 18 dias?*

Nº de Máquinas ↑	*Dias* ↑	*Horas por Dia* ↑	*Unidades produzidas* ↑
25	*10*	*8*	*1200*
20	*18*	*9*	x

Portanto, $x = 1200\frac{9}{8}\frac{18}{10}\frac{20}{25} = 1944$.

4. Porcentagem

Porcentagem é uma fração de denominador 100. Toda razão da forma $\frac{A}{B}$ *na qual o denominador* $B = 100$ *é chamada taxa de porcentagem ou simplesmente porcentagem ou ainda percentagem. O termo por cento é proveniente do Latim per centum e quer dizer por cem. O símbolo % surgiu como abreviatura da palavra cento, assim, para indicar uma taxa de 25 por cento escrevemos 25%. A fração* $\frac{20}{100}$ *é uma porcentagem que podemos representar por* 20%. *Para calcularmos uma porcentagem p% de V, basta multiplicarmos a fração* $\frac{p}{100}$ *por V.*

Exercícios:

Questão 1 *A soma de dois números é 35 e a razão entre eles é* 4/3. *Determine-os.*

Questão 2 *Numa razão, a diferença entre o antecedente e o consequente é 9 e o dobro do consequente mais o antecedente é 57. A razão é...?*

Questão 3 *Seis torneiras enchem uma piscina em 20 horas. Quantas torneiras seriam necessárias para encher a mesma piscina em duas horas ?*

Questão 4 *Dois carregadores levam caixas do depósito para um caminhão . Um deles leva 4 caixas por vez e demora 3 minutos para ir e voltar. O outro leva 6 caixas por vez e demora 5 minutos para ir e voltar. Enquanto o mais rápido leva 240 caixas, quantas caixas leva o outro ?*

Questão 5 *Uma equipe composta de 15 homens extrai, em 30 dias, 3,6 toneladas de carvão. Se a equipe for aumentada para 20 homens, em quantos dias conseguirão extrair 5,6 toneladas de carvão?*

Questão 6 *Uma folha de alumínio de 250 cm2 de área pesa 400g. Quanto pesará uma peça quadrada, de 20 cm de lado, da mesma folha de alumínio ?*

Questão 7 *35 operários fazem uma casa em 24 dias, trabalhando 8 horas por dia. Quantos operários serão necessários para fazer a mesma casa em 14 dias trabalhando 10 horas por dia ?*

Questão 8 *Duas máquinas empacotam 1000 l. de leite por dia. Quantas máquinas serão necessrias para empacotar 2000 l. de leite em meio dia ?*

Questão 9 *Três torneiras iguais enchem um tanque de 9000 litros em 12 horas. Fechando uma das torneiras em quanto tempo as outras duas despejarão 4000 litros nesse tanque?*

Questão 10 *Doze operários, em 90 dias, trabalhando 8 horas por dia, fazem 36 metros de certo tecido. Podemos afirmar que, para fazer 12 m do mesmo tecido, com o dobro da largura, 15 operários, trabalhando 6 horas por dia levarão ?*

Questão 11 *Em uma fábrica, vinte e cinco máquinas produzem 15000 peças de automóvel em doze dias, trabalhando 10 horas por dia. Quantas horas por dia deverão trabalhar 30 máquinas para produzirem 18000 peças em 15 dias?*

Questão 12 *Um livro está impresso em 285 páginas de 34 linhas cada uma com 56 letras em cada linha. Quantas páginas seriam necessárias para reimprimir esse livro com 38 linhas por página, cada uma com 60 letras?*

Questão 13 *Em uma residência, no mês de fevereiro de um ano não bissexto, ficaram acesas, em média, 16 lâmpadas elétricas durante 5 horas por dia e houve uma despesa de R$ 14,00. Qual foi a despesa em maro, quando 20 lâmpadas iguais às anteriores ficaram acesas durante 4 horas por dia, supondo-se que a tarifa de energia não teve aumento?*

Questão 14 *Um livro tem 150 páginas. Cada página tem 36 linhas e cada linha 50 letras. Se quisermos escrever o mesmo texto em 250 páginas, quantas letras haverá em cada linha para que cada página tenha 30 linhas?*

Questão 15 *Com uma certa quantidade de fio, uma fábrica produz* $5400\ m$ *de tecido com* $90\ cm$ *de largura em 50 minutos. Quantos metros de tecido, com 1 metro e 20 centímetros de largura, seriam produzidos em 25 minutos?*

Questão 16 *Um caminhoneiro entrega uma carga em um mês, viajando 8 horas por dia, a uma velocidade média de* $50\ km/h$*. Quantas horas por dia ele deveria viajar para entregar essa carga em 20 dias, a uma velocidade média de* $60\ km/h$ *? Resposta: 10 horas por dia.*

Questão 17 *Em uma fábrica, 25 máquinas produzem 15000 peças de automóvel em 12 dias, trabalhando 10 horas por dia. Quantas horas por dia, deverão trabalhar 30 máquinas, para produzirem 18000 peças em 15 dias?*

Questão 18 *Certo trabalho é executado por 15 máquinas iguais, em 12 dias de 10 horas. Havendo defeito em três das máquinas, quantos dias de 8 horas deverão trabalhar as demais, para realizar o dobro do trabalho anterior?*

Questão 19 *Um comerciante que não possuia conhecimentos de matemática, comprou uma mercadoria por* $R\$200,00$. *Acresceu a esse valor,* 50% *de lucro. Certo dia, um freguês pediu um desconto, e o comerciante deu um desconto de* 40% *sobre o novo preço, pensando que, assim, teria um lucro de* 10%. *O comerciante teve lucro ou prejuízo? Qual foi esse valor?*

Questão 20 *Como se sabe, os icebergs são enormes blocos de gelo que se desprendem das geleiras polares e flutuam pelos oceanos. Suponha que a parte submersa de um iceberg corresponda a* $8/9$ *do seu volume total e que o volume da parte no submersa é de* $135.000\ m^3$.

a) Calcule o volume total do iceberg.

b) Calcule o volume de gelo puro do iceberg supondo que 2% *de seu volume total é constituído de impurezas, como matéria orgânica, ar e minerais.*

Questão 21 *Uma mercadoria foi comprada por* $R\$\ 500,00$ *e vendida por* $R\$\ 800,00$. *Pede-se:*

a) o lucro obtido na transação ;

b) a porcentagem de lucro sobre o preo de custo;

c) a porcentagem de lucro sobre o preço de venda.

Questão 22 *O preço de venda de um bem de consumo é* $R\$\ 100,00$. *O comerciante tem um ganho de* 25% *sobre o preço de custo deste bem. O valor do preço de custo é ?*

Questão 23 *João vendeu dois carros por preos iguais. Um deles foi vendido com lucro de* 20% *sobre o preço de custo e o outro com prejuízo de* 20% *sobre o preço de custo. No total, em relação ao capital investido, João:*
a) lucrou 4%, *b) lucrou* 2%, *c) perdeu* 4%, *d) perdeu* 2%, *e) no lucrou nem perdeu.*