



Universidade Federal da Paraíba
Centro de Ciências Exatas e da Natureza
Departamento de Matemática



Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

2ª Prova: MA11 - Números e Funções Reais

João Pessoa, 02 de setembro de 2016

Prof.: Pedro A. Hinojosa

Nome: _____ Matrícula: _____

1 (2 pts.) Dados os números positivos $a, b, c \in \mathbb{R}$, determine $x, y \in \mathbb{R}$ tais que $xy = c$ e $ax + by$ seja o menor possível.

2 (2 pts.) Seja $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ uma função monótona injetiva (isto é crescente ou decrescente) tal que, $\forall x, y \in \mathbb{R}^+ : f(xy) = f(x) + f(y)$. Prove que existe $a \in \mathbb{R}$, $a > 0$ tal que $f(x) = \log_a x$, para todo $x \in \mathbb{R}^+$.

3 (2 pts.) Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(ax) + \cos(x)$. Prove que se f é uma função periódica, então a é um número racional.

4 (2 pts.) Determine o polinômio p de menor grau possível que tem uma raiz dupla em $x = 2$ e tal que $p(4) = 6$.

Boa Prova.