



Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
<http://www.mat.ufpb.br>

Introdução à Álgebra Linear
Prova Final, João Pessoa, 20 de março de 2014
Prof.: Pedro A. Hinojosa

Nome: _____ Matrícula: _____

Questão 1 (3 pts.) *Seja $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ a transformação linear cuja matriz na base canônica é $[T] = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -3 \\ 0 & 4 & 0 \\ -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Determine:*

- (a) *Os autovalores de T ;*
- (b) *Uma base para os subespaços associados aos autovalores;*
- (c) *T é diagonalizável? Justifique. Caso afirmativo, encontre uma base que diagonaliza o operador T .*

Questão 2 (2 pts.) *Sejam $\mathbb{V}$ um espaço vetorial com produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e $\mathcal{S} = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ uma conjunto ortonormal de vetores não nulos, ou seja $\langle v_i, v_j \rangle = \delta_{ij}$. Mostre que $\mathcal{S}$ é linearmente independente.*

Questão 3 (5 pts.) *Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^4$,*
 $V := \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + y + z + t = 0\}$ e
 $W := \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : y = -x, z = 2x, t = -2x\}.$

- (a) *Encontre bases para V e W . Determine $\dim(V)$ e $\dim(W)$;*
- (b) *Determine $V \cap W$ e $V + W$;*
- (c) *Encontre bases para $V \cap W$ e $V + W$. Determine $\dim(V \cap W)$ e $\dim(V + W)$;*
- (d) *$\mathbb{R}^4 = V \oplus W$? Justifique;*
- (e) *Encontre um subespaço F de $\mathbb{R}^4$ tal que $V \oplus F = \mathbb{R}^4$.*

Boa Prova.