Universidade Federal da Paraíba
CCEN - Departamento de matemática
http://www.mat.ufpb.br

Introdução à Álgebra Linear

2^a **Prova**, João Pessoa, 12 de dezembro de 2013

Prof.: Pedro A. Hinojosa

Nome: ______________________________ Matrícula: ______________

Questão 1 (2 pts.) *Encontre uma transformação linear* $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ *tal que o vetor* $(1, 2)$ *pertença ao núcleo de* T *e o vetor* $(1, 2, 3)$ *pertença à imagem de* T.

Questão 2 (3 pts.) *Sejam* $\mathcal{B}_1 := \{(0, 1, 1), (1, 0, 0), (1, 0, 1)\}$ *uma base de* $\mathbb{R}^3$, $\mathcal{B}_2$ *a base canônica de* $\mathbb{R}^2$ *e* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ *a aplicação linear cuja matriz nas bases* $\mathcal{B}_1$ *e* $\mathcal{B}_2$ *é*

$$[T]^{\mathcal{B}_1}_{\mathcal{B}_2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Encontre uma base e determine a dimensão do núcleo e da imagem de T;

(b) Determine $T(x, y, z)$.

Questão 3 (3 pts.) *Seja* $T : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ *o operador linear definido por*

$$T(x, y, z) = (z - y, y, x - y).$$

(a) Verifique que T *é um isomorfismo;*

(b) Encontre uma matriz que represente o seu inverso.

Questão 4 (2 pts.) *Seja* $T : \mathbb{E} \to \mathbb{F}$ *uma transformação linear. Mostre que se* T *é um isomorfismo, então* $dim(\mathbb{E}) = dim(\mathbb{F})$.

Boa Prova.